

1. ЕЛЕКТРИЧНО ПОЛЕ ВО ВАКУУМ

1.1. ЗА ПРИРОДАТА НА ЕЛЕКТРИЧНИТЕ ПОЛНЕЖИ

Уште пред повеќе од 2500 години се знаело дека телата можат да се електризираат. Талес од Милет (600 г. п.н.е.) забележал дека парче ќилибар откако ќе се протрие со волнена крпа ги привлекува ситните предмети што се наоѓаат во неговата близина. Од овие први белешки па сè до 1600 година немало пишани податоци за проучување на појавата. Во оваа година Виљем Гилберт (W.Gilbert) запишал дека и други тела имаат такви својства, како и дека постојат два вида електризација. Денес се вели дека телата имаат два вида електричен полнеж. Телата може да се наелектризирани исто како што се електризира стаклената прачка протриена со кожена крпа - што денес се вика **позитивен полнеж**, или исто како и ебонитот протриен со волнена крпа - **негативен полнеж**. Гилберт е и првиот човек што оваа појава ја нарекол електризација (од грчкиот збор електрон =ќилибар). Инаку, називите негативен и позитивен полнеж ги има воведено Бенџамин Франклин (B. Franklin, 1706-1790).



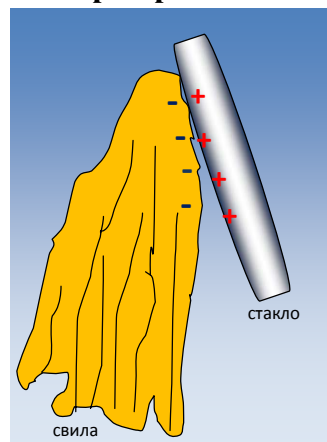
1.1.1 Разноимените полнежи се привлекуваат. Две спротивно наелектризирани лесни топчиња од стиропор, закачени на конец.

Треба да се напомене дека називите позитивен и негативен полнеж се добиени по договор. Она што денес го нарекуваме позитивен полнеж, би можело да се вика негативен и обратно, или да овие називи бидат поинакви (на пр. црн и бел, или добар и лош). Електричниот полнеж на електронот на пример нема во својата природа некоја негативност. Знаеме дека според правилата на множење, негативниот број битно се разликува од позитивниот по тоа што неговиот квадрат е со спротивен знак. Но, ваквото правило кај физичките величини не важи, зашто производот од два електрични полнежа не е електричен полнеж.

1.1.1. Електризација на тела. Електрични сили помеѓу наелектризираните тела

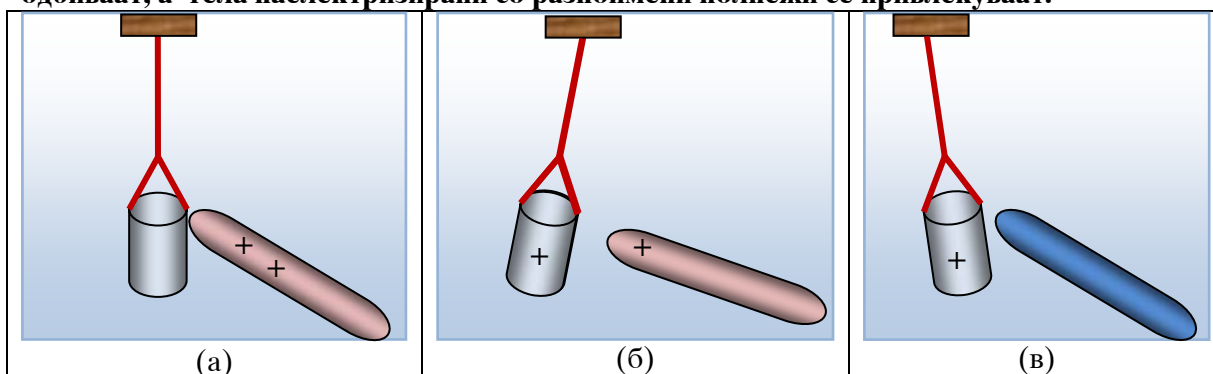
Нека протриеме една поливинилска прачка со волнена крпа и една стаклена прачка (епрувета) со свилена крпа (сл.1.1.2). Ако сека секоја засебно ја приближиме до ситни квивчиња ќе видиме дека и во обата случаја прачките ги привлекуваат квивчињата.

Ќе напомене дека самото триење при “електризација со триење” нема посебно суштинско значење. Електризацијата настанува кога доаѓа до тесен допир помеѓу две различни супстанции. Бидејќи тврдите тела имаат нерамнини по нивната површина, со триењето се обезбедува поблизок непосреден допир на поголем дел од површините што се тријат. Без триење тие би остварувале контакт на помала површина.



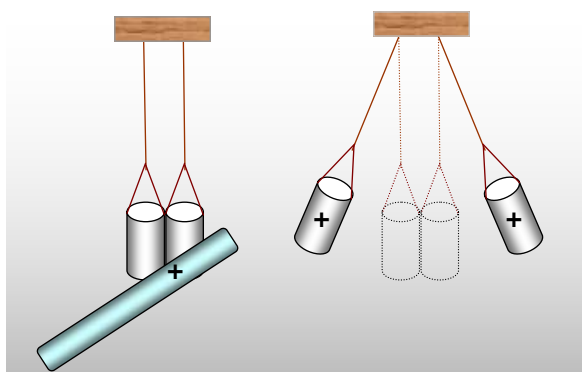
Сл.1.1.2. Електризирање со триење. Стаклена прачка (епрувета) се трие со свилена крпа.

Нека сега наелектризираната поливинилска прачка ја допреме до еден лесен хартиен цилиндар, обесен на најлонски конец (сл. 1.1.3а). Цилиндарот при допирот се електризира истоимено па затоа при доближување на поливинилската прачка до него, тој ќе се одбива од неа. Ако до вака наелектризираниот цилиндар ја доближите стаклената прачка протриена со кожена или со свилена крпа, цилиндарот ќе се привлече. На овој начин покажуваме дека постојат два вида електрични полнежи и дека **телата наелектризирани со истоимени полнежи се одбиваат, а тела наелектризирани со разноимени полнежи се привлекуваат.**



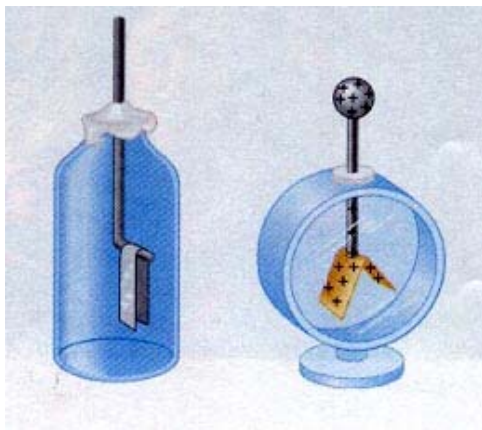
Сл.1.1.3. а) Позитивно наелектризирана поливинилска прачка се допира до неутрален хартиен цилиндар. б). Цилиндарот се одбива. в) Цилиндарот е привлечен кон негативно наелектризираната стаклена прачка

Одбивањето на истоимените полнежи, односно, привлекувањето на разноимените може да се покаже и со помош на два цилиндра од хартија обесени на диелектрични конци. Ако двата цилиндра ги допреме со протриена стаклена прачка, тие ќе се одбиваат (види слика 1. 1. 4). Ако едниот од нив се допре со стаклената протриена прачка, а другиот со ебонитната, цилиндрите ќе се привлекуваат.

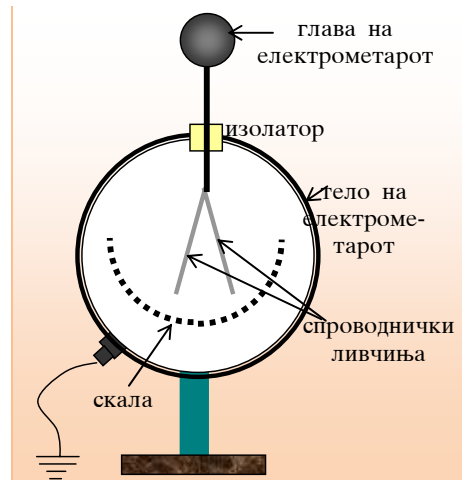


Сл.1.1.46

Појавата одбивање на истоимено наелектризирани тела е искористена кај **електроскопот**, прибор со помош на кој се регистрира постоењето на електричниот полнеж на некое тело. На сликата 1.1.5 е дадена скица на еден електроскоп. При допир на електризирано тело до “главата” на електроскопот, дел од полнежот поминува на електроскопот и лесните метални или хартиени ливчиња се одбиваат, градејќи агол кој е пропорционален на донесениот полнеж. Ако на уредот постои и скала за мерење на тој агол, и ако телото на уредот е заземјено тогаш уредот се вика **електрометар** (сл. 1.1.6).



Сл. 1.1.4 Електроскопи направени со прирачни средства



Сл.1.1.5. Градба на електрометар

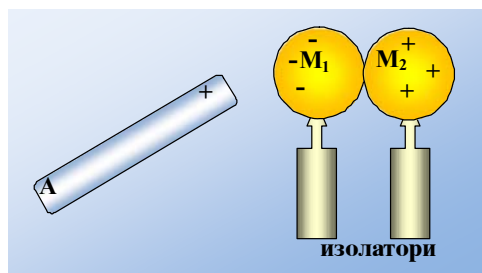
На сликата 1.1.7 се дадени две допрени метални топките поставени врз изолаторски држачи. Ако до едната од нив се доближи наелектризирана прачка А, и додека е прачката близу топките се разделат, тогаш поблиската се наелектризира со разноимено, а подалечната истоимено со наелектризираната прачка А. Дека раздвоените топки М се наелектризираше, можеме да се убедиме ако со пробалка (метално топче на изолаторски држач) допреме и однесеме дел од полнежот на еден електроскоп (сл.1.1.5).

Ако електрокопот даде отклон, тогаш значи дека топките на овој начин се наелектризираше. Но со каков знак? Со претходен допир на електрокопот со наелектризирана ебонитна прачка може да се убедиме дека поблиската топка се наелектризира со разноимено, а подалечната истоимено со прачката А. Значи, топките M_1 и M_2 се наелектризираше со разноимено (со меѓусебно спротивни знаци).

Ваквата електризација ја викаме **електризација под влијание, или електрична индукција (инфлуенца)**.

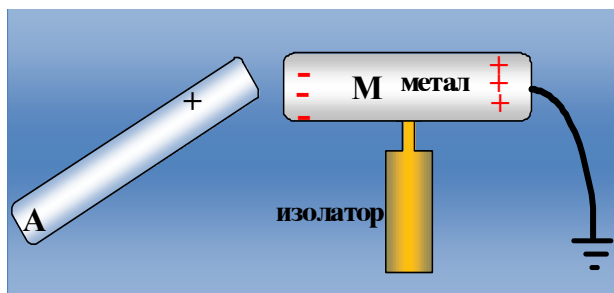
Конечно, ако топките М на самиот почеток беа врзани, секоја за свој електрометар, тогаш обата електрометра ќе покажат ист отклон. Тоа значи дека топките M_1 и M_2 под дејство на инфлуенцијата се наелектризираше со спротивен и еднаков по големина полнеж. Општо може да се заклучи **при електростатичка инфлуенца телото што се електризира по инфлуенца има еднакви количества полнежи кои се спротивни по знак и еднакви на полнежот на телото кое ја предизвикало инфлуенцата**.

Ако прачката А ја оддалечиме, пред да ги раздвоиме топките М, можеме да се увериме дека тие се ненаелектризирани. Значи, **со инфлуенца доаѓа само до прераспределба на полнежите**.



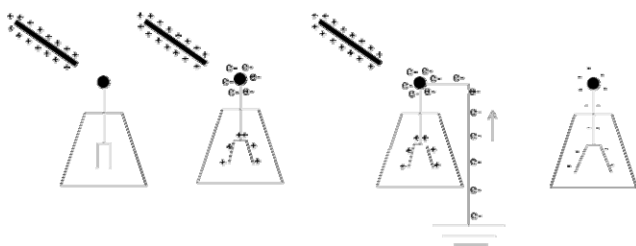
Сл.1.1.7. Електризација со инфлуенца (индукција)

Но, како трајно да се наелектризира едно единствено тело? За таа цел, кон спроводничко тело М што сакаме да го наелектризираме (сл. 1.1.8), му доближуваме едно наелектризирано тело А, а спроводното тело М треба да го поврземе со земја (на пример, да го допираме со прст). Тогаш истоимениот полнеж со полнежот на телото А ќе се неутрализира, а по оддалечувањето на телото А, телото М ќе се наелектризира разноимено од А.



Сл. 1.1.8. Трајна електризација на едно тело со помош на инфлуенција (индукција).

Процесот на електризирањето со инфлуенца станува сликовито кога телото од сликата 1.1.8. ќе се замени со електроскоп. До еден електроскоп (сл. 1.1.9) доближуваме електризирана прачка, па тој покажува отклон. Додека прачката е сè уште тука, електроскопот се фаќа со прст, а потоа едновременно се оддалечуваат и раката и прачката. Така електроскопот останува трајно

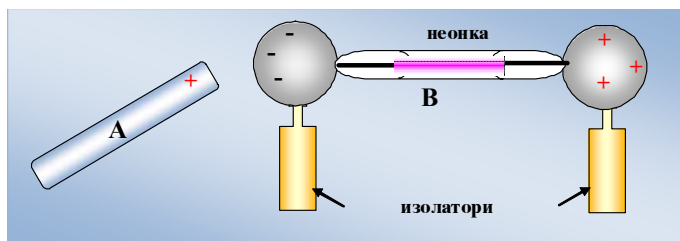


Сл.1.1.9. Електризирање на електроскоп со индукција

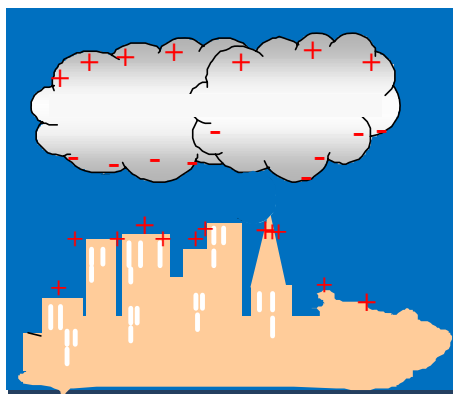
наелектризиран, и тоа разноимено од доближеното тело.

Дека при електростатската инфлуенца доаѓа до движење на полежи (електрони), може да се убедиме ако го модифицираме експериментот од сликата 1.1.7 со тоа што помеѓу топките M_1 и M_2 ќе ставиме една халогена светилка во форма на цевка (сл. 1.1.10).

При доближувањето на наелектризираното тело, халогената цевка ќе засвети, што значи дека дошло до насочено движење на полнежите поради нивната внатрешна прераспределба (протекла струја).



Сл. 1.1.10. При доближување на наелектризираното тело А, халогенката краткотрајно засветува. Кога А ќе се оддалечи, халогената цевка повторно засветува. Полнежите повторно се враќаат во првобитната положба

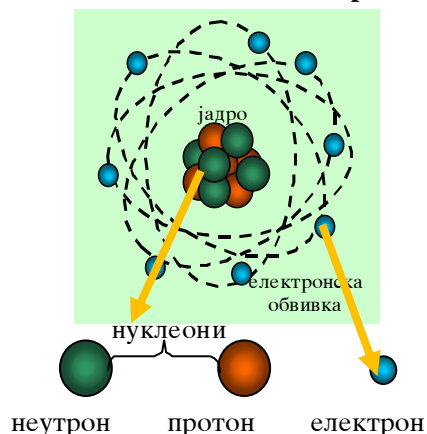


Сл. 1.1.11. Електризација на објекти на земјата под дејство на инфлуенција од облаците.

Електростатската индукција игра огромна улога во природата. Таа се јавува во време на луњи. Негативно наелектризираните долни делови од облаците индуцираат позитивна електризација на предметите од површината на Земјата (сл. 1.1.11), или појавата електризација со индукција настанува помеѓу блиските облаци. Како последица на постоењето на разноимените полнежи во атмосферата доаѓа до атмосферски празнења.

1.2. ЗА ПРИРОДАТА НА ЕЛЕКТРИЧНИТЕ ПОЛНЕЖИ. СПРОВОДНИЦИ И ИЗОЛАТОРИ

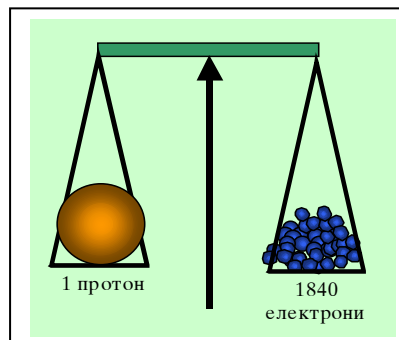
Електричните појави се тесно поврзани со атомската структура на супстанцијата. Познато е дека секое тело е изградено од атоми и молекули. Радерфорд (E. Rutherford, 1871-1937) открил дека атомот е изграден од јадро и атомска обвивка. Во јадрото се два вида елементарни честички: протони и неутрони, чијшто маси се приближно еднакви. Електроните имаат приближно 1836 пати помала маса од масата на протоните. Полнежот на еден електрон е еднаков по големина на полнежот на протонот, само што тие имаат спротивни знаци. Големината на овој полнеж се вика **елементарен електричен полнеж** (e) ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).



Електронот е негативно наелектризиран, а протонот позитивно. Неутроните се неутрални елементарни честички. Од кажаното е јасно дека електроните и протоните се основните носители на електрицитетот кај телата. Кај неутралните тела, бројот на протоните е еднаков на бројот на електроните, па затоа алгебрската сума на нивните полнежи е еднаква на нула.

Едно тело е наелектризирано ако во него постои вишок на носители на елементарен електричен полнеж од еден вид.

Ако на кој и да било начин од едно неутрално тело се издвои извесен број честички со истоимен полнеж (најчесто електрони), телото станува наелектризирано. Постојат тела кај кои електроните многу посилно се држат. Така, на пример, кај гумата или пластиката електроните тешко се издвојуваат. Па, така, кога чешелот поминува низ вашата коса, тогаш електроните поминуваат од влакната на косата на чешелот па така чешелот се стекнува со вишок електрони, и притоа се електризира негативно. Истовремено, вашата коса има недостиг на електрони што се однесува како позитивен полнеж, па таа се наелектризира позитивно. Обично, при контакт на метали со неметали, првите се електризираат позитивно, а вторите негативно.



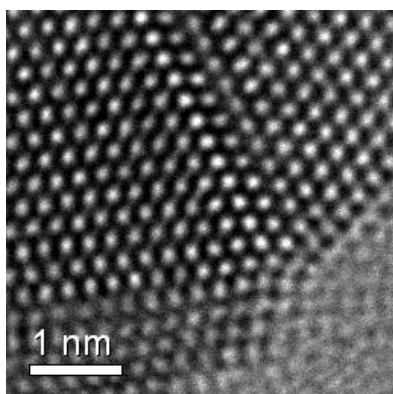
Напомнуваме дека можат да се електризираат и течностите и гасовите, а не само тврдите тела.

Бидејќи спротивните по знак честички во едно неутрално тело се привлекуваат, тогаш при електризација треба да се совлада оваа привлечна сила. Значи се врши работа однадвор. Тогаш, ако сме вложили работа однадвор за да го наелектризираме, *телото добило енергија*.

Во некои тела носителите на електричните полнежи можат лесно да се движат од едно место на друго, а кај други тоа не е можно. Првите ги викаме **спроводници**, а вторите **изолатори (дielekтрици)**. Спроводниците лесно ја спроведуваат електричната струја. Типични претставници на спроводниците се сите метали во тврда и течна состојба, водните раствори на електролитите и многу други супстанции. Добри изолатори, односно лоши спроводници на електричната струја се, на пример, килибарот, ебонитот, кварцот, плексигласот и сите гасови при нормални услови. Покрај спроводниците и изолаторите, во природата постојат и **полупроводници** - супстанции во кои движењето на носителите на полнежи (струјата) силно зависи од надворешните услови. Такви се, на пример, елементите: силициум, германиум, селенот и многу други соединенија.

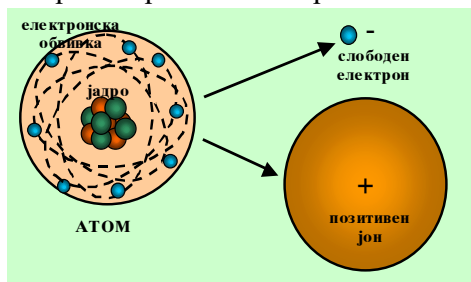
При високи температури полупроводниците најчесто се добри спроводници, а при ниска или собна температура тие имаат својства на изолатор. Напомнуваме дека строга граница помеѓу спроводниците, изолаторите и полупроводниците, не постои. Сите супстанции во поголема или помала мерка може да го пренесуваат електрицитетот. Затоа, кога велиме дека телото е изолатор, тоа значи дека во дадените услови бројот на носителите на полнежите кои се движат низ телото е многу помал во споредба со вкупниот број полнежи што ги има тоа тело.

За да се разбере природата на некои видови електризација, потребно е да се разбере дека атомите што имаат недостиг или вишок на еден, два или повеќе



Сл. 1.11. Електронско-микро-скопска фотографија на атоми од еден метал. Од фотографијата може да се процени дека меѓу-атомските растојанија изнесуваат околу 0,2 nm или 2 Å.

електрони се викаат јонизирани атоми (сл. 1. 1.12). Дури и тогаш кога сите електрони од електронската обвивка на атомот ќе се отстранат, и ќе останат само голите (стрипувани) атомски јадра, дури и тогаш наелектризираните честички се нарекуваат јонизирани атоми.



Сл. 1.1.12. Ако од атомот се отстрани најмалку еден електрон, тогаш со неговото отстранување се добива позитивен јон. Ако електронот се закачи за некој неутрален атом, се добива негативен јон.

Кај тврдите тела атомите (поточно позитивните јони) се цврсто запакувани во кристални решетки. Растојанијата меѓу нив се од редот на големина на 10^{-10} m (што е ред на големина на пречникот на атомот). На сликата 1.1.13 е дадена електронско-микро-скопска фотографија од кристалната решетка на еден метал. Низ неа можат да се придвижуваат електроните. Во спроводниците, како, на пример, металите, при нормални услови најголем број електрони си се поврзани со своите јадра, додека само по еден електрон од

електронската обвивка може да биде “слободен”. Овие “слободни” електроните може лесно да се движат во спроводникот. Кај изолаторите, пак, речиси нема слободни електрони.

Според кажаното, за да се наелектризира некое тело потребно е просто да му се донесе или одземе определен број електрони. Се разбира, со тоа на телото му се менува и масата, но таа маса е занемарлива, поради многу малата маса на електронот. Според кажаното, едно тело коешто носи количество електричество (електричен полнеж) Q , или има недостиг или вишок на електрони коишто носат елементарен електричен полнеж (e), па следува дека:

$$Q = \pm Ne \quad (1.1)$$

Заклучуваме, **наелектризирано тело има електричен полнеж кој е целоброен мултипл од елементарниот електричен полнеж**. Овој факт често се искажува со зборовите: **Електричниот полнеж (количеството електричество) е квантувана физичка величина**.

Еднаквоста на големините на електричните полнежи на протонот и на електронот била испитувана експериментално со многу голема точност. Со експерименти се испитува неутралноста на атомот како целина, на пример на атомот на водородот, во кој има еден протон и еден електрон. Со насочување на снопови од неутрални атоми во силни хомогени електрични полиња е покажано дека полнежот на електронот и полнежот на протонот се разликуваат за помалку од $10^{-20}e$. Тоа значи дека се скоро еднакви, но никој не разбрал зошто полнежите на електронот и протонот се толку блиски. Квантувањето, пак, на електричниот полнеж е многу длабок и општ закон на природата.

Според досегашните мерења сите елементарни честички содржат полнеж со точно иста големина. Не е разјаснето зошто не може да постои честичка со полнеж $0,99e$ или $1,5e$.

Сепак, треба да се напомене дека според теоријата на елементарните честички, според стандардниот модел на квантната хромодинамика, постојат честички од кои се градени самите протони и неутрони кои се нарекуваат кваркови.

Кварковите носат електричен полнеж еднаков на $\pm \frac{1}{3}e$ или $\pm \frac{2}{3}e$. Направени

биле многу експерименти да се пронајде изолиран кварк. Се смета дека кварковите (заедно со уште т. н. лептони) се елементарни честици градители (конституенти) на елементарните честички, но дека се од нив заробени во т.н. “кварковско робство”, во кое што како целина прават полнеж e , мултипл од e или 0 .

Треба да се истакне дека класичната физика не може да ја објасни градбата на елементарните честички. Со тоа се занимава модерната квантна физика.

Што е она што го држи електронот на така мал волумен е исто толку тајна, како и што ја определува точната големина на неговиот полнеж? Можеби нема смисла да се зборува за делови на електронот, туку дека неговиот полнеж е својство на целината-електронот. Исто така, не е исправно да се зборува за полнежот на електронот како за нешто што тој го има или нема, бидејќи **електрон без полнеж не постои**. Тоа е едно внатрешно својство на електронот за кое не се знае ништо како што не се знае ниту за масата на некоја честичка. Тоа што сигурно знаеме е дека меѓу носителите на полнежите (електроните, протоните, јоните) постојат сили, аналогно на силите кои постојат меѓу телата што имаат маса. За разлика од гравитационите сили овие сили можат да бидат привлечни и одбивни.

Исто така, експериментите покажале дека големината на електричниот полнеж, мерена во различни референтни инерцијални системи е еднаква. Тоа значи дека полнежот е релативистички инваријантна величина. Големината на

полнежот на едно тело не зависи од тоа дали телото мирува или се движи рамномерно праволиниски.

Исто така, многу важен е заклучокот дека во изолиран систем (тоа е систем ограничен со некоја површина низ која не можат да поминат наелектризираните честички или тела) сумарниот електричен полнеж не се менува. Ова тврдење се вика **закон за запазување на електричните полнежи**.

Се покажува дека овој закон е во непосредна врска со релативистичка инваријантност на електричните полнежи. Бидејќи, ако големината на полнежот на едно тело би зависела од неговата брзина, во изолиран систем би дошло до промена на неговиот сумарен полнеж.

1.1.3. Кулонов закон

Во натамошниот текст ќе се задржиме на изучување на законите кои се однесуваат на полнежите кои мируваат. Тие закони се предмет на делот на физиката што го викаме **електростатика**. За почеток ќе се задржиме само на појавите кои настануваат кога наелектризираните тела се наоѓаат во вакуум, а како опитите покажуваат, таквите појави речиси не се разликуват ако наместо вакуум телата се во воздух на собна температура.

Почетоците на квантитативното оформување на законите за електрицитетот се врзани со експериментите на Кулон (Charles Augustin de **Coulomb**, 1736-1806) што ги направил во 1785 година. Тој прв пат ги мерел силите на заемното дејство помеѓу две наелектризирани тела.

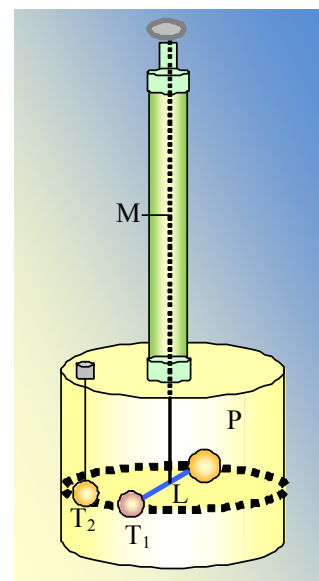
Треба да се напомене дека општата задача да се определи силата на заемното дејство помеѓу две тела со различна димензија и форма е многу сложена и не може секогаш да биде искажана во закон. Меѓутоа, кога димензиите на наелектризираните тела се многу помали од нивните меѓусобни растојанија тогаш формата и димензиите на телата немаат битна улога врз големината на заемнодејството.

Затоа, законот за заемнодејството помеѓу наелектризираните тела обично се воспоставува преку моделот на **точкест полнеж**. Точкести полнежи претставуваат наелектризирани тела чијшто димензии се занемарливи во споредба со нивните меѓурастојанија.

Кулон мерел сили на заемнодејство преку торзиона терезија, уред со кој и во тоа време силите можеле да бидат мерени многу прецизно (Сл. 1.1.12). Тој мерел сили на заемнодејство помеѓу тела со форма на топчиња, а подоцна ќе покажеме дека таквите тела дејствуваат врз телата во околината така, како целокупниот електричен полнеж да се наоѓа во нивниот центар. Мерењата покажале дека:

- големината на силата F на заемното привлекување или одбивање е пропорционална со производот на големината на полнежите Q_1 и Q_2 ; и
- големината на силата е обратно- пропорционална со квадратот на растојанието меѓу точкестите полнежи r . Ова може да се искаже во следнава форма:

$$F \sim Q_1 Q_2 \quad ; \quad F \sim \frac{1}{r^2} \quad \Rightarrow F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (1.2)$$



Сл. 1.1.12

k е константа на пропорционалноста која зависи од изборот на единиците со кои се мерат полнежите, растојанието и силата. Познато е дека константа на пропорционалноста што поврзува повеќе физички величини во некој закон може да се стави да биде еднаква на 1 и да нема димензии, само ако според тој закон се изведува единица за мерење на некоја од физичките величини, поврзани со законот.

Така, според релацијата 1.2 порано била воведена единицата за електричен полнеж, позната како електростатичка единица, или статички кулон, па за k се земало дека е 1. Меѓутоа, денес, единицата за електричен полнеж е кулон која не се дефинира според овој закон. Тоа е единица од Меѓународниот систем на мерни единици во кој основна физичка величина во електромагнетизмот е јачината на струјата, а основна единица за истата е ампер. Затоа, меѓународната единица за електричен полнеж кулон (C) се дефинира со помош на основната единица, како електричен полнеж кој се пренесува со постојана електрична струја од еден ампер во една секунда $1\text{ C} = 1\text{ A} \cdot 1\text{ s}$. Со ова подетално ќе се запознаеме подоцна. Бидејќи секој електричен полнеж е определен како мултипл на елементарниот електричен полнеж, а знаеме неговата големина е e , следува:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C} \text{ тогаш следува } 1\text{ C} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} e = 6,3 \cdot 10^{18} e$$

Ако сите физички величини се искажат во единици на Меѓународниот систем, а точкестите полнежи се наоѓаат во вакуум, тогаш за константата на пропорционалноста се добива:

$$k = 8,9875 \cdot 10^9 \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}.$$

Во Меѓународниот систем на мерни единици сите закони во електромагнетизмот се испишуваат во таканаречена рационализирана форма. Ако тој договор се почитува тогаш во законите на електромагнетизмот факторот 4π треба да се појавува само таму каде што геометријата на задачата тоа го бара, па константата k во Кулоновиот закон се испишува како:

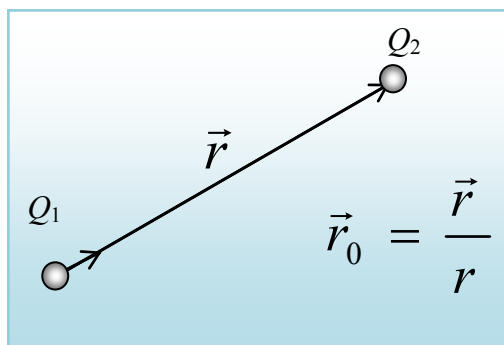
Оваа константа често се вика и **дielekтрична константа во вакуум** која обично не се искажува во погоре дадените единици, туку во единицата фарад врз метар (F/m), што ќе биде подоцна објаснето.

Според Кулоновиот закон, големината на силата со која два полнежа си заемодејствуваат може да се запише како:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (1.5)$$

Законот може да се запише и во векторска форма:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{r}_0 \quad \text{или} \quad \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \vec{r} \quad (1.6)$$



Сл. 1.1.13

Ако на местото на првиот полнеж е поставен референтен координатен почеток (Сл. 1.1.13), тогаш силата со која првиот полнеж му дејствува на вториот, има правец по должината на радиусвекторот $\vec{r}$, а $\vec{r}_0 = \frac{\vec{r}}{r}$ е единичниот вектор во насока на радиусвекторот. Насоката на силата зависи од тоа дали се полнежите истоимени или разноимени. Ако станува збор за истоимени полнежи $Q_1 Q_2 > 0$, тогаш силата ја има насоката на радиусвекторот, па таа е одбивна, додека ако се полнежите разноимени, производот $Q_1 Q_2 < 0$

па во релацијата 1.6 се добива негативен знак, што укажува на тоа дека силата е привлечна. Напомуваме дека релацијата важи за точкести полнежи, поставени во вакуум. За полнежи во некоја средина, тогаш релацијата 1.6 се менува, за што ќе стане збор подоцна.

Опитите покажуваат дека силата на заемното дејство на два полнежа не се менува, ако се донесат други полнежи. Така, ако во близина на некој полнеж Q_0 , поставен во референтен координатен почеток се донесат N полнежи: $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_N$, резултантната сила $\vec{F}$ со која на Q_0 дејствуваат сите Q_N полнежи е дадена со:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_0 Q_i}{r_i^2} \vec{r}_{0i} \quad \text{каде} \quad \vec{r}_{0i} = \frac{\vec{r}_i}{r} \quad (1.7)$$

$\vec{r}_i$ е радиус векторот на i -тиот полнеж.

Вака искажаниот закон, кој важи за точкести полнежи овозможува да се пресметува и силата на заемното дејство меѓу наелектризирани тела со конечни димензии. За таа цел е потребно секој од полнежите на тие тела да биде разбиен на доволно мали полнежи ΔQ , кои ќе може да бидат сметани за точкести, па потоа според релацијата 1.7 да се пресметува силата на заемното дејство. Ако при тоа се оди кон бесокечно мали полнежи dQ задачата се сведува на решавање на интеграл. Математички, задачата е слична со пресметките за гравитациона сила меѓу тела со конечни димензии и различни форми.

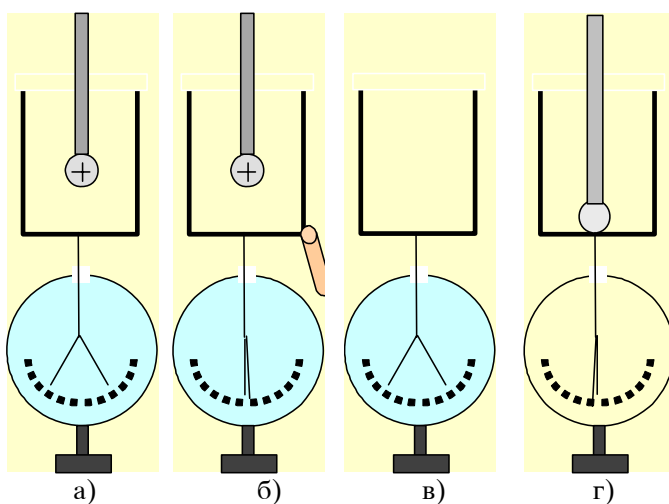
Сите досега изведени експерименти укажуваат дека Кулоновиот закон е точен за растојанија од ред на големина 10^{-18} m , па до неколку километри. За оддалечености помали од 10^{-18} m не се знае дали Кулоновиот закон важи.

ПРАШАЊА И ПРОБЛЕМИ

1. Зошто кога е воздухот сув, кога се чешлате со пластичен чешел доаѓа до лепење на влакната на косата, а ако тоа го правите во темница може да се видат дури мали искри што прескокнуваат помеѓу влакната на косата и чешелот?
2. Како е го објасните привлекувањето на тенкиот воден млаз кон пластична прачка, протриена со волнена крпа? (Сл. 1.1.14)



Сл.1.1.14



Сл. 1.1.15

3. Објаснете го следниов опит. Еден метален цилиндар е поставен како глава на еден електроскоп (слика 1.1.15). Во цилиндарот, без да се допре, се поставува наелектризирано топче од едена пробалка. Се забележува извесен отклон на ливчињата на електроскопот (слика а).

Потоа, се допира електроскопот со прст (слика б). Отклонот го снемума.

Ако сега топчето (пробалката) ја извадиме надвор од цилиндарот (слика в), ќе се појави отклон меѓу ливчињата, ист како отклонот од сликата а).

Ако потоа го допреме топчето до електроскопот, отклонот ќе се елиминира (слика г).

Кој важен факт се демонстрира со овој експеримент?

4. Протон се одбива од наелектризирано топчесто тело со извесна сила. Колку ќе се промени одбивната сила врз протонот ако тој се оддалечил на растојание што е три пати поголемо од димензиите на телото, а колку ако растојанието се зголеми 5 пати? Каков е знакот на полнежот на наелектризираното тело?
5. Колкава е силата со која протонот од атомот на водородот дејствува врз електронот. Да се земе дека средното растојание помеѓу овие честици изнесува 5,3 nm (Боров радиус). (Одговор: $F = -8,2 \cdot 10^{-8}$ N. Знакот “-” укажува на тоа дека силата е привлечна).
6. Колкава е силата со која електронот од атомот на водородот дејствува врз протонот – јадрото на атомот?
7. Користејќи ги вредностите за масата на протонот и електронот ($m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ kg ; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg), определете го односот помеѓу Кулоновата и гравитационата сила што се јавуваат помеѓу протонот и електронот во атомското јадро на водородот.
8. Може ли да постои полнеж од $Q = 1,8 \cdot 10^{-19}$ C?

Пример на решени задачи

9. Две наелектризирани топчиња со истоимени полнежи од по 100 e (e е елементарен електричен полнеж) се наоѓаат на растојание од 10 cm . Колкава сила дејствува помеѓу нив?

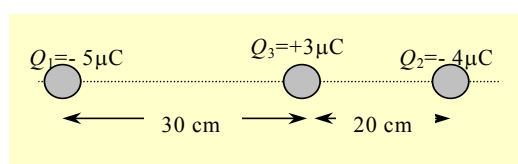
Решение

Дадено: $Q_1=Q_2=160\cdot 10^{-19}\text{ C}$
 $r=0,1\text{ m}$

Се бара: $F=?$

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{0,1^2} = 2,304 \cdot 10^{-22}\text{ N}$$

10. Пресметајте ја резултантната сила со која полнежите Q_1 и Q_2 дејствуваат врз полнежот Q_3 (сл. 1.1.16)



Сл. 1.1.16

Решение

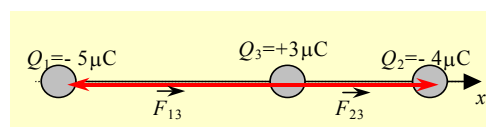
Дадено:

Се бара: $F=?$

$Q_1 = -5 \cdot 10^{-6}\text{ C}$; $Q_2 = -4 \cdot 10^{-6}\text{ C}$ и

$Q_3 = +3 \cdot 10^{-6}\text{ C}$; $r_1 = 0,30\text{ m}$ и $r_2 = 0,20\text{ m}$

На полнежот Q_3 дејствуваат и двете сили. (сл. 1.1.16a)



Сл. 1.1.16a

$$\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23},$$

бидејќи радиусекторите се колинеарни, силите се со ист правец, но спротивно насочени. Па може да се напише: $F = -F_{13} + F_{23}$.

Бидејќи :

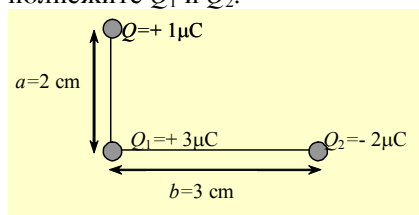
$$F_{31} = -9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,3^2} = -1,5\text{ N}$$

и

$$F_{32} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,2^2} = 2,7\text{ N},$$

тогаш $F = 1,2\text{ N}$.

11. Пресметајте ја резултантната сила со која на полнежот Q (сл.1.1.17) дејствуваат полнежите Q_1 и Q_2 .



Сл. 1.1.17

Решение

Дадено:

$Q_1 = +3 \cdot 10^{-6}\text{ C}$; $Q_2 = -$

и

$Q = +1 \cdot 10^{-6}\text{ C}$; $r_1 = 0,02\text{ m}$

и $r_2 = 0,05\text{ m}$

Се бара: $F=?$

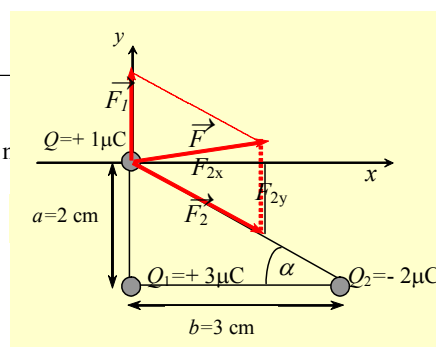
За да ја пресметаме резултантната сила, ќе треба да се послужиме со пртежот од сл. 1.1.17a.

Се поставува референтен координатен почеток во полнежот Q . Повторно

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

Оваа равенка се распаѓа на следниве две скаларни равенки:

$$F_x = F_{2x} \quad \text{и} \quad F_y = F_{1y} - F_{2y}.$$



Сл. 1.1.17a

Со оглед на тоа што растојанието помеѓу Q и Q_2 се определува по Питагорината теорема и изнесува 5 cm, како и:

$$F_{2x} = F_2 \cos \alpha ; F_{1y} = F_1 ; F_{2y} = F_2 \sin \alpha ,$$

Со замена на бројните вредности во:

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

за силата се добива : $F = 64,5 \text{ N}$.

12. Се случувало летачки балон кој бил наполнет со водород при брзо движење нагоре да се запали во воздухот иако немало никакви допири со оган. Што мислите како би можело да биде објаснет тој факт?

13. Зошто може да дојде до палење при прелевање на бензинот од една цистерна во друга, ако при тоа не бидат спроведени специјални заштитни мерки?

14. Зошто пластичната прачка што ја држиме во рака може да се наелектризира со триење, а тоа не е можно да се направи со метална прачка? Металната прачка не може да се наелектризира дури и кога ќе се допре до наелектризирано тело. Значи ли тоа дека спроводниците не можат да се наелектризираат со триење?

15. Наелектризирајте со триење стаклена прачка. Потоа прачката допрете ја до даден електроскоп. Ливчињата ќе се отлонат. Потоа, стаклената прачка повлечета ја по главата на електроскопот. Што мислите дали отклонот ќе биде непроменет? Објанете. (Одговор: Отклонот нема да биде еднаков со првобитниот, бидејќи во вториот случај на главата на електроскопот ќе се пренесуваат полнежи од повеќе места на ебонитната прачка која е изолатор)

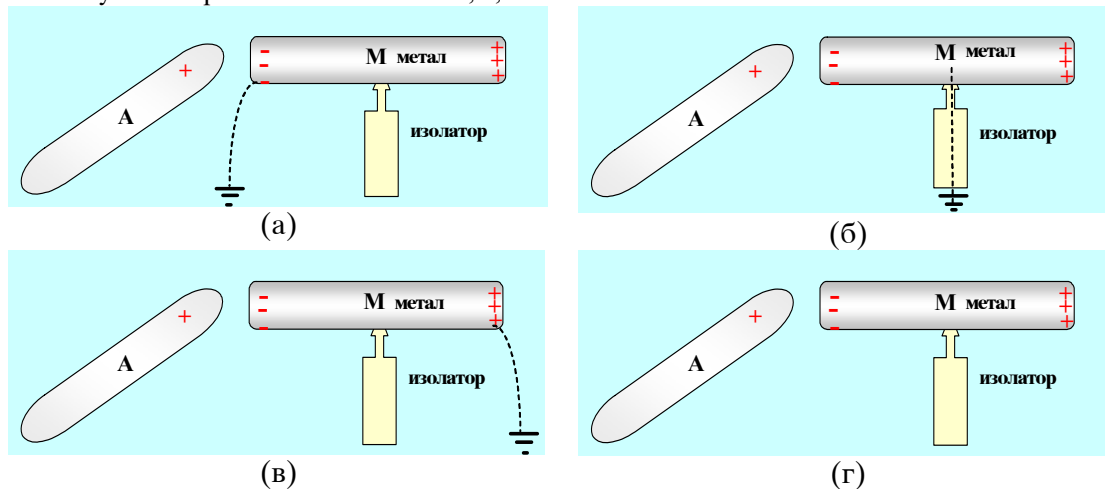
16. Изолирани спроводници кои се опкружени со влажен воздух обично не можат да го запазат електричниот полнеж. Зошто? Може ли да заклучиме дека влажниот воздух е спроводлив за електричните полнежи?

17. Ви се случило ли при пресоблекување на алишта во темница помеѓу различните материјали да се појави светење. Како ќе ја протолкувате појавата?

18. На тенки најлон конци се обесени две топчиња од стиропор. Едното од топчињата е наелектризирано, а другото не. Ако близу вас немате никакви уреди, тогаш како ќе заклучите кое од топчињата е наелектризирано?

(Одговор : Ако ја доближите раката до наелектризираното топче тоа ќе се приближи кон вашата рака, бидејќи рака та ќе се електризира со инфлуенца, а таква појава нема да настане кај неутралното топче)

19. Како ќе се наелектризира телото М по оддалечувањето на наелектризираната прачка А во случаите прикажани на сиките а, б, в и г?

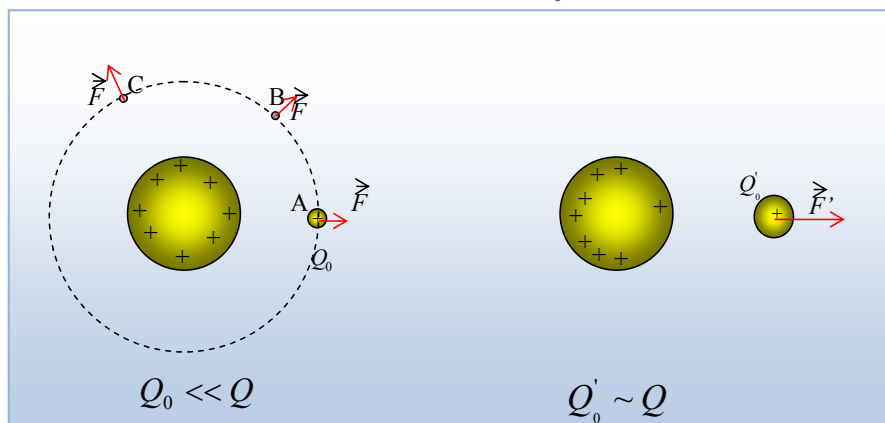


1.2. ЕЛЕКТРИЧНО ПОЛЕ. ВЕКТОР НА ЕЛЕКТРИЧНО ПОЛЕ

Заемното дејство меѓу наелектризираните тела се остварува преку постоење на **електрично поле**. Секое наелектризирано тело со некој полнеж го менува просторот околу себе создавајќи поле. Но, како знаеме дека е тоа така? Тоа можеме да го дознаеме ако во просторот во кој постои електрично поле се донесе некое друго наелектризирано тело. Тогаш на тоа тело полето дејствува со некоја сила. Следува, ако сакаме да провериме дали некаде постои поле, или не, треба таму кадешто тоа **не** интересира (значи во бараната точка) да се донесе друг полнеж, па ако на него дејствува сила, тогаш поле постои. Ако, пак, не дејствува никаква сила, поле не постои. Според големината на силата со која полето му дејствува на донесеното наелектризирано тело може да судиме за “јачината” на полето.

Значи, за да востановиме дали некаде постои поле, ние треба да се послужиме со “пробен полнеж”. **Пробниот полнеж треба да биде позитивен и точкест затоа што не интересира полето во одредена точка. Пробниот полнеж треба да носи мало количество електричество.** Вторив услов е неопходен, затоа што ако пробниот полнеж е со големина споредлива со полнежот на телото кое е извор на полето, тогаш внесениот пробен полнеж ќе го промени полето. Тоа е илустрирано со примерот на полето на наелектризирана сфера даден на сликата 1.2.1

Ќе го обележиме пробниот полнеж со Q_0 и Q'_0 .

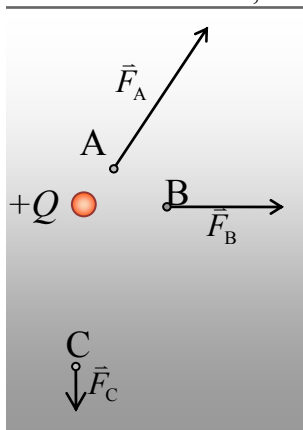


Сл. 1.2.1. Пробниот полнеж е мал (лево) и пробниот полнеж е голем (десно) па неговото поле влијае на полето што го испитуваме.

Кога пробниот полнеж е многу помал од полнежот на наелектризираната сфера (сл. 1.2.1 лево), тогаш полнежите во сферата се еднакво распределени по површината на сферата па полето надвор од сферата не е променето. Во сите точки (A, B, C) на еднакво растојание од изворот на полето, силата со која полнежот Q дејствува врз Q_0 е еднаква. Кога Q'_0 е од ист ред на големина како и полнежот Q (слика 1.2.1 десно) тогаш распределбата на полнежите на наелектризираната сфера веќе не е еднаква. Тогаш и полето се менува.

1.2.1 Електрично поле создадено од точкест полнеж

За почеток ќе претпоставиме дека полето е создадено од еден точкест полнеж Q . Силите со кои полето дејствува врз пробниот полнеж Q_0 зависат како од местоположбата на дадената точка во која го испитуваме полето така и од големината на полнежот на изворот на полето Q . На сликата 1.2.2 се прикажани векторите на силите кои дејствуваат на пробниот полнеж Q_0 ако тој се наоѓа во точките А, В, и С. Како што се гледа од сликата 1.2.2, тоа се радијани сили; најголема е во точката А, бидејќи растојанието до изворот е најмало. Помала е силата во точката В, а најмала е силата во најодаљечната точка С.



Сл. 1.2.2

е определена со:

По дефиниција, **јачина на електрично поле** (или само **електрично поле**) $\vec{E}$ во дадена точка е вектор чијшто насока и правец се поклопува со насоката и правецот на силата со којаашто полешто дејствува врз позитивниот пробен полнеж Q_0 , а големината е определена со односот помеѓу силата и големината на пробниот полнеж. Значи може да се запише:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0} \quad (1.8)$$

Во случајот на полето создадено од точкест полнеж, јачината на полето на пример во точката А

$$\vec{E}_A = \frac{\vec{F}_A}{Q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_A^2} \vec{r}_{0A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_A^2} \vec{r}_{0A} \quad (1.9)$$

Како што може да се види, оваа величина, воопшто не зависи од тоа колкав е пробниот полнеж Q_0 , туку таа зависи само од полнежот на изворот на полето Q и од квадратот на растојанието меѓу изворот на полето и испитуваната точка, значи од местоположба на точката во која го испитуваме полето. Затоа и велиме *векторот на јачината на електричното поле го опишува полето*. Правецот на ова поле се поклопува со радијалната права, а неговата насока, ако полето е создадено од позитивен полнеж Q , е *од изворот*. Ако полето е создадено од негативен полнеж, тогаш тоа е насочено *кон изворот*.

Од релацијата (1.8) може да следува и исказот: јачината на електричното поле во дадена точка е вектор, чиј модул е еднаков на силата со која даденото поле дејствува врз позитивен единичен електричен полнеж донесен во таа точка, а правецот и насоката се поклопуваат со правецот и насоката на силата со која полето дејствува врз тој позитивен единичен полнеж. Ваквата дефиниција, во принцип математички исправна, не се користи, поради тоа што за испитување на електричното поле, како што веќе покажавме, треба да се донесе многу, многу мал пробен полнеж, полнеж кој би тежел кон нула, (се среќава и дефиницијата

лимес од $\frac{\vec{F}}{Q_0}$, кога Q_0 тежи кон нула, меѓутоа и “строгоста” на ваквата

дефиниција е само привидна, бидејќи да не заборавиме дека во природата не постои полнеж помал од еден елементарен електричен полнеж e !)

Сепак од релацијата 1.8 следува дека единица за мерење на јачината на електричното поле е њутн врз кулон 1 N/C. Ќе покажеме подоцна дека физичката величина јачина на електричното поле во SI најчесто се мери со единицата волт врз метар (V/m).

Ако во дадена точка се знае големината на електричното поле, тогаш лесно може да се пресмета и силата со која тоа поле дејствува врз кој и да било полнеж Q_n донесен во таа точка:

$$\vec{F} = Q_n \vec{E} \quad (1.10)$$

Ако полнежот Q_n е позитивен, тогаш силата што на него дејствува ја има насоката и правецот на јачината на електричното поле, а ако полнежот е негативен, тогаш насоката на силата е спротивна на насоката на јачината на полето.

Приближни вредности на некои електрични полиња

Извор на полето и место	Големина на E во N/C
• близу наелектризирана ебонитна прачка	$1 \cdot 10^3$
во атмосфера	$1 \cdot 10^2$
при сончево време	$1 \cdot 10^3$
• во рендгенска цевка	$2 \cdot 10^5$
• поле кое создава искра во воздухот при нормални услови	$3 \cdot 10^6$
• во електронската орбита на водороден атом	$5 \cdot 10^{11}$
• на површината на ураниумовото јадро	$2 \cdot 10^{21}$

Во претходното поглавје веќе покажавме дека силата со која повеќе точкести полнежи дејствуваат врз некој полнеж се добива како векторска сума на поединечните сили (види релација 1.7). Како последица на тоа, **векторот на јачината на електричното поле ($\vec{E}$) создадено од повеќе (n) извори (наелектризирани тела) е еднаков на векторската сума на јачините на електричните полиња од секој извор посебно ($\vec{E}_i$):**

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (1.11)$$

Последново тврдење се вика **принцип на суперпозиција на електричните полиња**.

Овој принцип ни дава можност да го пресметаме електричното поле на кој и да било систем од повеќе полнежи. Ако полнежот е распореден на тело со одредена форма, тогаш можеме мисловно да го разделиме на доволно мали полнежи dQ , така што секој од нив да може да се смета за точкест. Потоа, со помош на векторско сложување на полиња на точкестите полнежи, користејќи ја релацијата (1.11), можеме да го определиме полето на секое наелектризирано тело. Наместо собирање, задачата може да се сведе на решавање на интеграл, кој не е секогаш решлив.

1.2.2. Волуменска, површинска и линиска густина на полнежи

Задачата за пресметување на полињата создадени од различните наелектризирани тела поелегантно се решаваат доколку ги воведеме физичките величини: волуменска, површинска или линиска густина на електричниот полнеж.

Ако едно наелектризирано тело, извор на електричното поле, има димензии кои не можат да се занемарат, тогаш за определувањето на

електричното поле, важно е да се познава распределбата на полнежите во волуменот на телото.

Ако од даденото тело одделиме некој мал волумен $\Delta\tau$ и ако ΔQ е полнежот сместен во него, тогаш граничната вредност на односот $\Delta Q/\Delta\tau$ кога големината на волуменот $\Delta\tau$ тежи кон нула се нарекува *волуменска густинана полнежој* (ρ):

$$\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta\tau} = \frac{dQ}{d\tau} \quad (1.12)$$

Во физичка смисла $\Delta\tau \rightarrow 0$ е само делумно точно. Имено $\Delta\tau$ е многу мало, но сепак доволно големо во него да се содржани носители на елементарните полнежи (односно барем еден) кои имаат конечен волумен. Од горнава релација следува дека волуменската густина на електричниот полнеж се мери со полнежот содржан во единица волумен на телото. Во најопшт случај на нерамномерно наелектризирано тело, волуменската густина ρ е различна во разните точки од телото. Ако е позната распределбата на полнежите, тогаш велиме дека е позната функционалната зависност на $\rho(\tau)$ од волуменот, поточно, од координатите во даден Декартов координатен систем $\rho = \rho(x, y, z)$.

Многу често, полнежите се распределени само на тенок слој од површината на телото. Во тој случај се воведува поим за *површинска густинана полнежој* (σ). Оваа величина се дефинира преку релацијата:

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA} \quad (1.13)$$

и тоа е граничната вредност на односот помеѓу полнежот ΔQ што се наоѓа на површината ΔA и големината на плоштината на таа површина. Со други зборови, тоа е полнеж на единица плоштина од дадената површина. И во овој случај ако е позната зависноста $\sigma(A)$, велиме дека ја познаваме распределбата на полнежите на дадената површина. Напомуваме дека и за овде важи дека $\Delta A \rightarrow 0$ е приближно точно, бидејќи ΔA треба да е доволно големо за да содржи барем еден елементарен електричен полнеж, кој зафаќа конечна површина.

Во случај кога кај телата е изразена само една димензија, (на пример жица со мал пречник) се воведува поимот *линиска густинана полнеж* (λ):

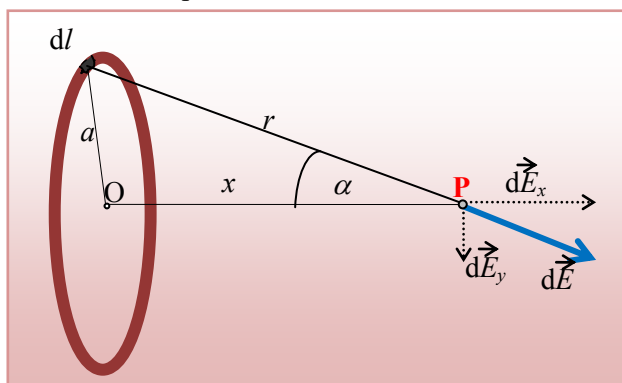
$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta l} = \frac{dQ}{dl} \quad (1.14)$$

Тоа е полнеж на единица должина од телото со изразена должина l .

1.2.3. Примери на пресметување на електричното поле

Пример 1

На една жица со форма на кружница, со радиус a рамномерно е распределен електричен полнеж Q . Да се определи јачината на електричното поле $\vec{E}$ во точката P која се наоѓа на оската на кружницата на растојание x од центарот на кружницата O (Сл.1.2.3).



Сл.1.2.3.

Решение:

Јачината на електричното поле $\vec{E}$ ќе ја добијеме така што прво ќе определиме колкаво е полето $d\vec{E}$ што го создава мал елемент на жицата со должина dl на кој се наоѓа полнежот dQ , во некоја точката која од него е оддалечена на растојание r :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2}$$

притоа

$$\frac{dQ}{dl} = \frac{Q}{2\pi a} \Rightarrow dQ = Q \frac{dl}{2\pi a}.$$

Односно полето што го создава елементот е

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{dl}{2\pi a}.$$

Притоа, векторот $d\vec{E}$ има две заемно нормални компоненти: dE_x по должината на x -оската и dE_y , насочена нормално на x -оската. Поради радијалната симетрија на проблемот, при сумирањето на секој dl од едната страна на кружницата соодветствува друго dl' кое создава dE_y , кое е спротивно насочено на полето dE_y , создадено од dl . Така, сумата на сите y -компоненти ќе биде еднаква на нула. Значи, полето е насочено во насока на оската на кружницата, и тоа од или кон центарот на кружницата, зависно од знакот на рамномерно распределениот полнеж.

Конечно, вкупната јачина на електричното поле ќе се должи само на x -компонентите

$$E = \int dE_x = \int dE \cos \alpha = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2\pi a} \int \frac{dl}{r^2} \cos \alpha$$

Бидејќи $\cos \alpha = \frac{x}{r}$, а $r = \sqrt{x^2 + a^2}$ и е константно, за големината на полето E се добива:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2\pi a} \frac{x}{\left(\sqrt{x^2 + a^2}\right)^3} \int_0^{2\pi a} dl = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{\left[x^2 + a^2\right]^{3/2}}. \quad (1.15)$$

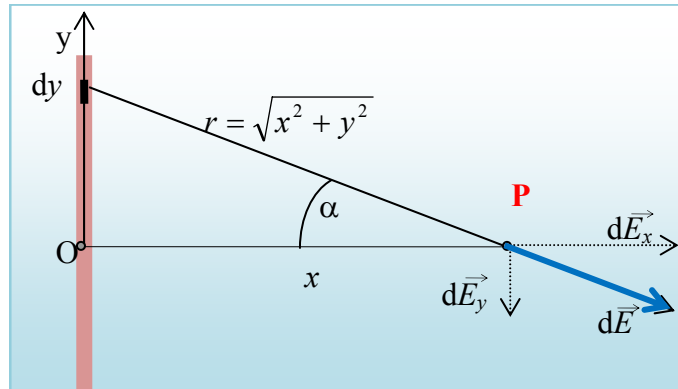
Ако е $x \gg a$, тогаш a може да се занемари, па за E се добива:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}$$

што можеше и да се очекува, бидејќи на многу големи растојанија x , кружницата ќе се однесува како да е точкест полнеж.

Пример 2

Определето го полето во точката P која се наоѓа на растојание x од еден долг (многу долг) праволиниски спроводник наелектризиран рамномерно со линиска густина λ (слика 1.2.4).



Сл. 1.2.4

Решение:

Ќе одбереме координатен систем таков што у-оската да се поклопува со правецот на спроводникот, а координатниот почеток ќе го поставиме во точката О, точката која се добива со пресекот на нормалата повлечена од точката Р врз должината на спроводникот (види слика 1.2.4.)

Секој елементот од спроводникот dy носи полнеж dQ со големина:

$$dQ = \lambda dy.$$

Електричното поле во точката Р создадено од полнежот dQ поставен во dy има јачина:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)}$$

Векторот $d\vec{E}$ го разложуваме на dE_x и dE_y компонентите:

$$dE_x = dE \cos \alpha \quad ; \quad dE_y = dE \sin \alpha$$

Ако сметаме дека должината на спроводникот е многу голема, т.е. точката О е на средината на спроводникот, тогаш поради симетријата може да се смета дека придонесот на сите у-компоненти е еднаков на 0,

$$\int dE_y = \int dE \sin \alpha = 0.$$

Тогаш полето се должи само на придонесот на х-компонентите па

$$E = \int dE_x = \int dE \cos \alpha = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos \alpha dy}{x^2 + y^2}.$$

Сега треба или α да се изрази преку y или обратно. Бидејќи:

$$y = x \tan \alpha \quad ; \quad dy = \frac{x d\alpha}{\cos^2 \alpha} \quad , \quad a \quad x^2 + y^2 = \frac{x^2}{\cos^2 \alpha}$$

Па ќе се добие дека:

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} \sin \alpha \Bigg|_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

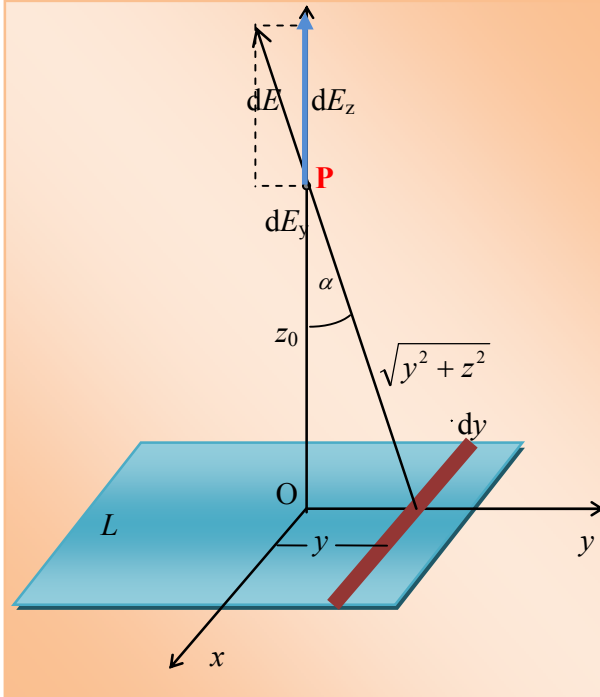
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{x}. \quad (1.16)$$

При пресметувањето бевме претпоставиле дека спроводникот има многу голема должина во двете насоки, па затоа аголот α во границите на интегрирање се менува од $-\pi/2$ до $\pi/2$.

Пример 3

Определете го електричното поле во точка Р, која се наоѓа во близина на една рамномерно наелектризирана рамна површина со квадратна форма. Притоа, површината е наелектризирана рамномерно со површинска густина σ , а точката Р лежи на нормалата над центарот на квадратот. Должината на страната на квадратот е L , а растојанието од точката Р до рамнината $z_0 < L$ (Сл. 1.2.5).

Решение:



Сл.1.2.5

Бидејќи научивме какво поле создава долг праволиниски спроводник, квадратната рамнина ја разбиваме на елементарни површини со ширина dy и должина L . На единица плоштина од површината имаме полнеж σ , а на плоштината Ldy ќе постои полнеж:

$$dQ = \sigma L dy.$$

Секоја ваква површина може да ја сметаме како рамномерно наелектризиран линиски спроводник со линиска густина λ :

$$\lambda = \frac{dQ}{L} = \frac{\sigma L dy}{L} = \sigma dy.$$

Имајќи го предвид резултатот од примерот 2, за големината на полето од ваквиот линиски елемент може да се запише:

$$dE = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dy}{[z^2 + y^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sigma dy}{2\pi\epsilon_0 [z^2 + y^2]^{\frac{1}{2}}}$$

, каде што $[z^2 + y^2]^{\frac{1}{2}}$ е растојанието помеѓу точката Р и средината на површината. Квадратот е симетричен во однос на x -оската, па затоа при сумирањето сите y -компоненти заемно ќе се поништат. Значи останува да се сумираат само z -компонентите дадени со:

$$dE_z = dE \cos \alpha = dE \frac{z}{\sqrt{z^2 + y^2}}.$$

Тогаш јачината на електричното поле на растојание z ќе биде интегралот:

$$E = \int dE_z = \frac{\sigma z}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{dy}{[z^2 + y^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sigma z}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{z} \arctan \frac{y}{z} \right] \Bigg|_{y=-L/2}^{y=+L/2}.$$

Ако е $z \ll L$, тогаш влијанието на оддалечените делови е мало, па ако се стави границата $y = \pm \frac{L}{2}$, тангенсот станува бескрајност (за агол $\pi/2$, па во тој случај за полето се добива:

$$E = \frac{\sigma z}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right] = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (1.17)$$

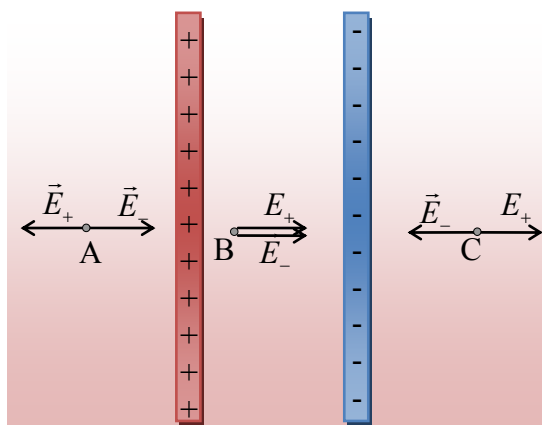
До овој резултат може да се дојде на многу поедноставен начин, што ќе покажеме подоцна. Од резултатот се гледа дека полето не зависи од растојанието и важи за секоја точка над или под рамнината. Исто така, се гледа дека полето на една голема рамномерно наелектризирана рамнина е хомогено. Од сликата и анализата на проблемот може да се види дека и правецот на полето е нормален на рамнината, и тоа е насочено ОД неа, ако рамнината е наелектризирана позитивно и КОН неа, ако полнежот на рамнината е негативен.

Пример 4

Да се се определи јачината на електричното поле што е создадено од две многу големи разноимено наелектризирани паралелни плочи со еднаква површинска густина σ , а поставени на меѓусебно растојание d , многу мало во споредба со димензиите на плочите.

Решение

Резултатот што го добивме во претходниот пример ќе ни послужи за решавање на оваа задача.



Сл.1.2.6

На сликата 1.2.6 е дадена скицата на проблемот. Согласно претходната задача, секоја од плочите создава поле и лево и десно од неа. Големината на јачината на електричното поле е дадена со:

$$E = \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Полето создадено од позитивната плоча $\vec{E}_+$ во сите точки, А, В и С е насочено од плочата, додека, пак, полето создадено од негативната плоча насочено е **кон** неа. Така во точките меѓу плочите (на пример во точката В), полињата се еднакво насочени и се сумираат па:

$\vec{E}_B = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$ односно големината на полето е

$$E_B = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (1.18)$$

Полето меѓу плочите е хомогено, што укажува дека во **секоја** плоча има иста голелемина и е во правецот на нормалата на плочите со насока од позитивната кон негативната плоча.

Во точките надвор (А и С) полињата кои се создаваат од разноимените плочи се спротивно насочени, па таму важи:

Заклучуваме дека во меѓупросторот од две паралелни плочи, наелектризирани со спротивен знак, а со еднаква површинска густина, се создава хомогено поле, чија што големина зависи само од површинската густина ($E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$). Во просторот надвор од тие две многу големи паралелни плочи не

Во сите погоре посочени примери за определување на електричното поле беше користен принципот на суперпозиција на електричните полиња.

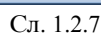
1. Ќе се промени ли електричното поле создадено од точкест полнеж од 2 C ако во негова близина, на некое растојание r , се донесе а) електрон б) протон в) алфа честичка?

3. Ако е позната е јачината на полето од еден точкест полнеж во точка оддалечена на некое растојание од изворот, тогаш какво е полето во точка која се наоѓа на двојно растојание од изворот? Какво е полето во точка која се наоѓа на 9 пати поголемо растојание?

4. Пресметајте ја големината и определете ја насоката и правецот на јачината на електричното поле во точката М која се наоѓа на растојание 0,5 m од точкестиот полнеж $Q = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ налево и надесно.

(Одг. И во двата случаја полето е насочено кон полнежот, а по големина е $E = 1,08 \cdot 10^5 \text{ N/C}$.)

Протон и електрон се наоѓаат на две темиња од еден рамностран триаголник со страна $a = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Колкава е големината на полето во третото теме? Како е насочено полето во оваа точка?



Дадено: $Q_1 = 1,6 \cdot 10^7 \text{ C}$
 $Q_2 = -1,6 \cdot 10^7 \text{ C}$
 $a = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Се бара: $E_M = ?$

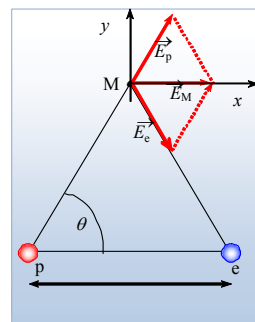
Во точката М (сл. 1.2.7) замислуваме донесен $+1\text{ C}$ и поставуваме координатен почеток.

Резултантното поле ќе биде дадено како векторски збир од полето создадено од протонот и полето создадено од електронот (слика 1.2.7a)

Од цртежот се гледа дека резултантното поле има само x -компонента чија големина е $E = 2E_p \cos \theta$. Бидејќи $\theta = 60^\circ$, $\cos \theta = 1/2$ и

$$E_p = E_e = 9 \cdot 10^9 \frac{e}{a^2}, \text{ а } e \text{ е елементарен електричен полнеж, па со}$$

замена на бројните вредности се добива $E_M = 1,6 \cdot 10^2 \text{ N/C}$. Полето е во правец паралелен со страната што ги спојува темињата во кои се поставени протонот и електронот и е со насока паралелна со насоката од протон кон електрон.



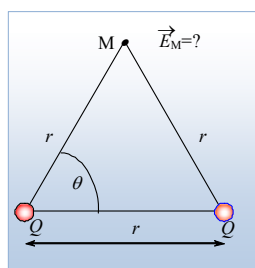
Сл.1.2. 7a

6. Честица на инк-јет принтер се електризира со полнеж од $8,0 \cdot 10^{-13} \text{ C}$ и е привлекувана кон хартијата со сила од $3,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$. Најдете ја јачината на полето што ја предизвикува оваа сила.

(Одг: $E=0,4 \cdot 10^9 \text{ N/C}$.)

7. Земјата има негативен полнеж кој постојано се подржува со атмосферското празнење прку молњите. Јачината на електричното поле на Земјата е средно околу 200 N/C . Колкава е површинската густина на полнежот на Земјата? (Одг. $1,8 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$)

8. Два еднакви точкести полнежи се поставени на растојание r еден од друг. Да се најде електрично поле во точка поставена на растојание еднакво на r од двата полнежа (слика 1.2.8).



Сл.1.2.8

Решение

Дадено: Се бара:

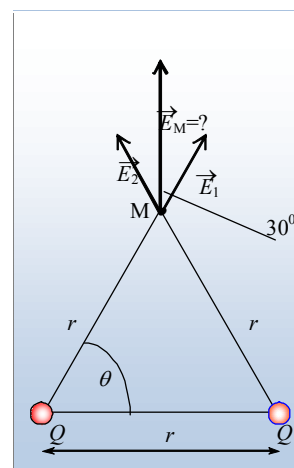
$$Q_1 = Q \quad E_M = ?$$

$$Q_2 = Q$$

$$R = r$$

Ќе се послужи́ме со сликата 1.2.8°. Електричното поле се добива како дијагонала на паралелограмот подигнат во точката М. Значи полето е насочено во правец на нормалата на правата што ги спојува полнежите и тоа од нив. Големината на полето е:

$$E = 2E_1 \cos 30^\circ = 2 \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{3}$$

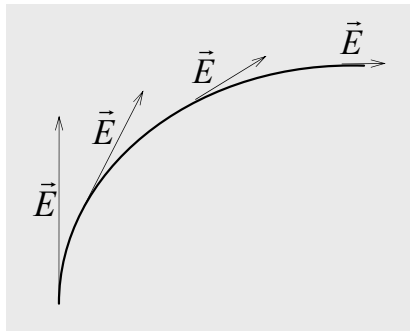


Сл. 1.2.8a

1. 3. ГРАФИЧКО ПРИКАЖУВАЊЕ НА ЕЛЕКТРИЧНИТЕ ПОЛИЊА. ЕЛЕКТРИЧНИ СИЛОВИ ЛИНИИ. ЕЛЕКТРИЧЕН ДИПОЛ

1.3.1. Електрични силиви линии

Веќе покажавме дека ако е позната зависноста на векторот на електричното поле $\vec{E}$ од местоположбата, тогаш може да се пресмета и јачината на електричното поле. Тогаш се смета дека полето од наелектризираното тело е познато. Но, можно е полето да се прикаже и графички со помош на линии на сила, познати како **електрични силиви линии**. Мајкл Фарадеј (Michael Faraday, 1791-1867) кој, инаку, прв го вовел и поимот електрично поле, го вовел и поимот за електричните силиви линии.



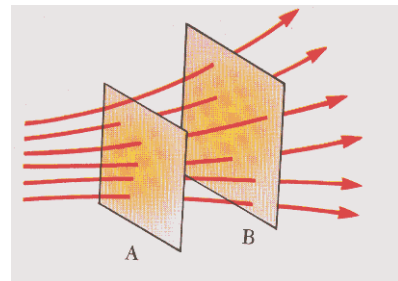
Сл. 1.14. Силова линија и промена на правецот на векторот на електричното поле

Електрична силова линија, или поточно силова линија на векторот на електричното поле претставува, линија во полето повлечена така што тангентата во секоја нејзина точка се поклопува со правецот и насоката на векторот на електричното поле. Ако полето е хомогено, тогаш силовите линии се паралелни прави линии кои се поклопуваат со векторот на електричното поле. Но, кога станува збор за нехомогено поле (сл. 1.14), па правецот на векторот на полето се менува во просторот, тогаш електричната силова линија е крива линија. Насоката на електричните силови линии е определена со насоката на векторот $\vec{E}$ (т. е. со насоката на силата со

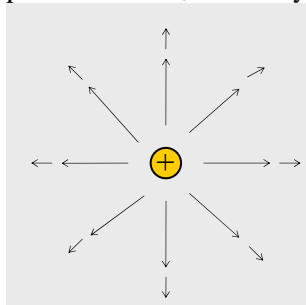
којашто полето дејствува врз пробен позитивен електричен полнеж. Според тоа, електричните силови линии извираат од позитивните полнежи, а упираат во негативните.

За да може полето графички целосно да се прикаже, т. е. да се определи големината и правецот на векторот на јачината на полето $\vec{E}$, бил најравен договор. Според тој договор, се зема дека бројот на силовите линии што поминуваат низ единица површина, нормална на векторот на полето на даденото место, е пропорционален со модулот на векторот на електричното поле $\vec{E}$.

Така, $\vec{E}$ е поголемо кога силовите линии се погусни, а помало кога линиите се поретки. На сликата 1.15 јачината на електричното поле е поголема кај рамнината А, отколку на рамнината В.



Сл.1.15



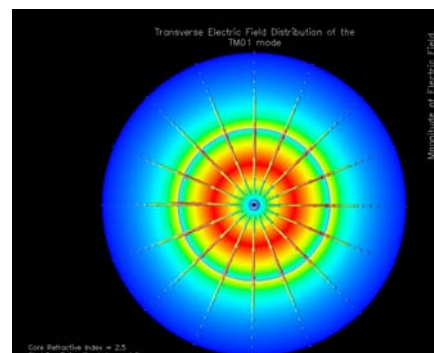
Сл.1.16

Треба да се напомене дека постои и друг начин за графичко претставување на јачината на полето. Според овој начин, силовите линии не се цртаат целосно, туку како стрелки. Таму каде што полето е појако, должината на стрелката е подолга (види сл. 1. 16). Сепак, со ваковиот приказ тешко се гледа на која точка точно и соодветствува соодветниот вектор. Покрај тоа, јачината на електричното поле $\vec{E}$ обично толку нагло се менува што не е можно да се нацртаат должините на стрелките така што ќе бидат пропорционални со големината на $|\vec{E}|$.

Постојат и некои нови неконвенционални начини на прикажување на полето, како, на пример, со помош на бојење со боите од спектарот од белата светлина, при што, боите соодветствуваат на одреден интервал од јачини на електричното поле. Еден таков приказ на полето е даден на сликата 1.17.

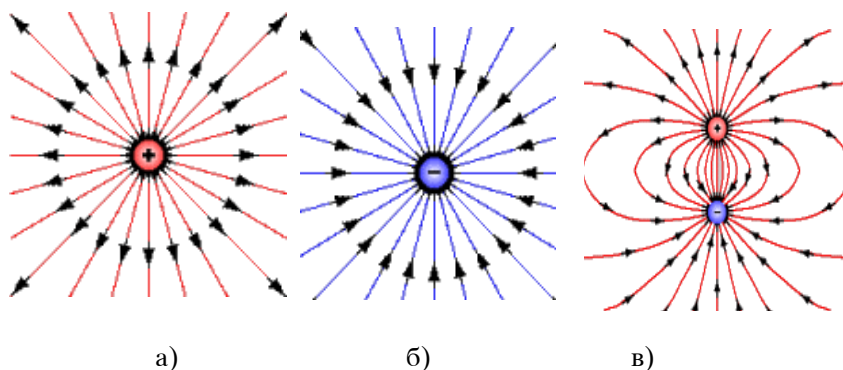
При цртањето на линиите на електричното поле треба да се почитуваат следниве правила:

1. Линиите мора да започнуваат на позитивно наелектризираното тело а



- завршуваат на негативното, или во бесконечност, ако изворот на силовите линии е изолиран.
2. Бројот на линиите кои го напуштаат позитивниот полнеж и навлегуваат во негативниот треба да биде пропорционален со големината на полнежот.
 3. Две електрични силови линии никогаш не може да се сечат.

На сликите (1.17) се дадени скици на електричните силови линии создадени од точкест полнеж. Се гледа дека се тоа радијални прави кои започнуваат во позитивниот, а завршуваат во негативниот полнеж.



Сл. 1.17 а) Електрични силови линии околу позитивен точкест полнеж, б) електрични силови линии околу негативен точкест полнеж и в) електрични силови линии околу два разноимени полнежа. Сите линии се однесуваат на рамнината на цртањето

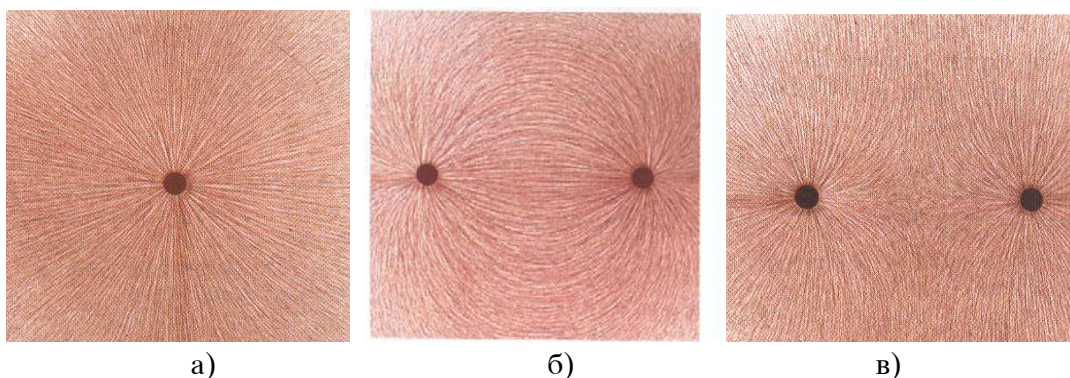
Од сликата се гледа дека нивната густина со оддалечувањето од изворот на полето станува сè помала. Ако земеме дека густината на силовите линии може да се добие како однос помеѓу вкупниот број силовите линии N што ја пронижуваат површината на сферата со радијус r , т.е. $\frac{N}{4\pi r^2}$, тогаш може да се заклучи дека

густината на силовите линии опаѓа со квадратот на растојанието. Оттука следува дека густината на силовите линии со растојанието опаѓа исто онака како што опаѓа јачината на електричното поле $\vec{E}$ (видете ја релацијата 1.10).

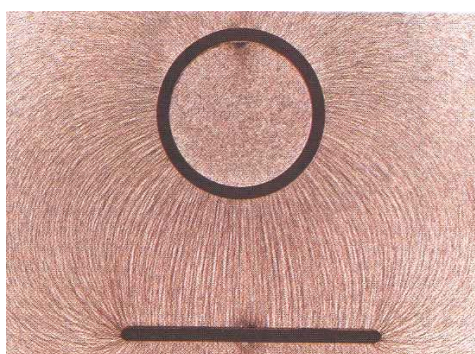
Ако сакаме да прикажеме поле создадено од наелектризирано тело со неправилна форма, аналитичкото пресметување не е секогаш возможно, па затоа геометриската слика за силовите линии на полето во тој случај се добива експериментално. При експерименталното покажување на силовите линии се користи следниот ефект: ситни честички од некој диелектрик, прашинки, влакненца или зрнца од грис, кога ќе се најдат во електрично поле се електризираат и стануваат мали диполи кои се ориентираат во насока на полето, односно во насока на електричните силови линии (за диполите поопширно ќе зборуваме подоцна).

Експеримент

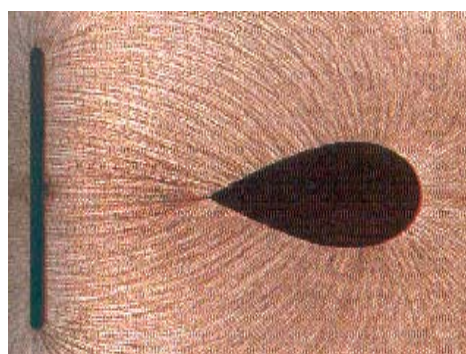
Како да ги направиме силовите линии видливи? (Демонстрација на силови линии). Електричното поле се создава со помош на електростатка машина чиешто изводи се потопуваат во плиток сад со течен диелектрик (некое масло за јадење). Кога полето ќе се воспостави, тогаш зрната грис се подредуваат во насоката на електричните силови линии. На сликата 1.18 се дадени фотографии од експериментално добиени силови линии на точкести полнежи, но и на други видови полиња.



а) Експериментално добиени силиви линии на поле создадено од точкест (топчест) полнеж. На сликите б) и в) се дадени експериментално добиени силиви линии на два точкести полнежа. Сликата (б) илустрира случај на два разноимени полнежа, а на сликата е прикажан случај на поле создадено од в) два истоимени полнежа.



г) Разноимено наелектризиран прстен и рамнина. Во внатрешноста на прстенот нема силиви линии



д) Разноимено наелектризирани плоча и зашилен објект. Во близина на шилецот, линиите се најгусти.

Сл.1.18. Силови линии.

Ако двте електроди од инфлуентната машина се постават паралелно една на друга, тогаш меѓу плочите се добива хомогено поле.

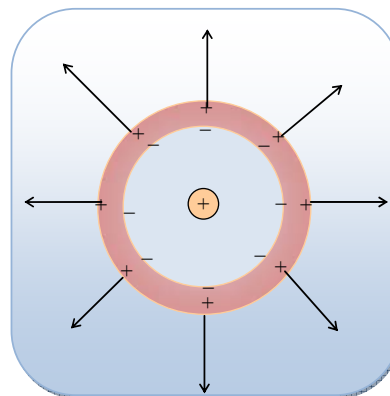
Сите овие фотографии покажуваат уште нешто важно. Силовите линии се секогаш нормални на површината на спроводникот, во случјов тоа се металните електроди.

1.3.2. Електрично поле и спроводници

Кога електричните полнежи мируваат во внатрешноста на добар спроводник тогаш електричното поле во него е еднакво на нула. Ако, претпоставиме дека во спроводникот постои поле, тогаш на внатрешните слободни електрони би дејствувала сила како резултат на која тие би се движеле сè додека не се создаде распределба при којшто полето би престанало да постои. Оттука произлегуваат следниве последици:

- Сиот полнеж на наелектризираниот спроводник се распределува по површината. Ако, на пример, спроводникот е наелектризиран негативно, тогаш тој има вишок на слободни електрони кои меѓусебно се одбиваат подалеку еден од друг, па површината на спроводникот им овозможува најголемо меѓусебно растојание.

- Да претпоставиме дека во внатрешноста на шуплив изолиран спроводник (сфера, види сл. 1.14) е внесен позитивен полнеж. Овој позитивен полнеж на внатрешната страна од сферната лушпа индуцира негативен полнеж, како резултат на што, на надворешната страна на сферата ќе се распредели исто толкав позитивен полнеж. Така, иако во внатрешноста на спроводникот не постои поле, надвор од сферата постои поле кое е исто такво какво што би било кога позитивниот полнеж би бил целиот сместен во центарот на сферата.



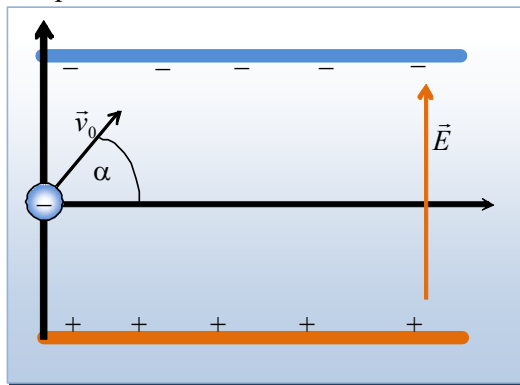
Сл. 1.19. позитивен полнеж во центарот на метална лушпа.

- Со ова е поврзан и фактот дека електричните сили линии се секогаш нормални на површината на спроводникот. Ако претпоставиме дека тоа не е така, тогаш би постоела и некоја тангенцијална компонента на силата која дејствува по површината и која би го движела полнежот, сè додека на него не престане да дејствува таа сила (векторот $\vec{E}$ не стане нормален на површината на спроводникот).

Сето кажано се однесува за спроводниците. Кај диелектриците, кај кои нема слободни електрони, состојбата е поинаква.

1.3.3. Движење на наелектризирана честичка во хомогено електрично поле

Покажавме дека кога наелектризирано тело со полнеж Q ќе се најде во некое електрично поле, тогаш на него ќе дејствува сила дадена со производот од полнежот на телото и векторот на јачината на полето $F = eE$ (равенка 1.10).



Сл.1.20.

Да го разгледаме наједноставниот случај. Полето да е хомогено, создадено од две разноразноимено наелектризирани плочи со иста површинска густина (сл. 1.20). Задачата ја поставуваме така што во рамнината определена со векторот на јачината на електричното поле и векторот на почетната брзина на честичката го поставуваме

Декартовиот координатен систем, при што у-оската ја насочуваме во правецот и насоката на електричното поле $\vec{E}$.

Тргнуваме од равенката за рамнотежа на силите:

$$m\vec{a} = Q\vec{E} \quad (1.19)$$

или:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = Q\vec{E} \Rightarrow d\vec{v} = \frac{Q}{m} \vec{E} dt$$

од каде со интеграција се добива:

$$\vec{v} = \frac{Q}{m} \vec{E}t + \vec{C}_1 \quad (1.20)$$

За да се определи константата $\vec{C}_1$ треба да се знае брзината на наелектризираната честичка во некој момент од времето. Ако е во почетниот момент, т.е. при $t=0$, брзината еднаква на почетната брзина, т.е. $\vec{v} = \vec{v}_0$, тогаш од релацијата 1.20, следи $\vec{C}_1 = \vec{v}_0$, па се добива релацијата:

$$\vec{v} = \frac{Q}{m} \vec{E}t + \vec{v}_0 \quad (1.21)$$

Оваа векторска равенка покажува дека честичката се движи во рамнината определена со нејзината почетна брзина $\vec{v}_0$ и векторот на електричното поле $\vec{E}$.

Последнава равенка може да се прикаже и преку проекциите на координатните оски. Бидејќи силата е насочена само по y -насока, тогаш нејзините компоненти се $E_y=E$, а $E_x=0$. Компонентите на почетната брзина ќе бидат

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha \quad \text{и}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \quad .$$

Во тој случај, релацијата 1.21 ќе стане:

$$v_y = \frac{Q}{m} Et + v_0 \sin \alpha \quad ; \quad v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1.22)$$

Ако овие две равенки се интегрираат се добива параметарскиот облок на равенката на траекторијата на честичката.

$$\text{I.} \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{Q}{m} Et + v_0 \sin \alpha \quad ; \quad y = \int \frac{Q}{m} Etdt + \int v_0 \sin \alpha \, dt + C_2, \text{ а}$$

$$\text{II.} \quad v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cos \alpha \quad ; \quad x = \int v_0 \cos \alpha \, dt + C_3$$

Ако при $t=0$ координатите се $x=0$, и $y=0$, тогаш и константите $C_2=C_3=0$, па ќе се добие:

$$y = \frac{QE}{m} \frac{t^2}{2} + v_0 \sin \alpha \cdot t \quad ; \quad x = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad (1.23)$$

Овие две равенки претставуваат параметарски равенки за движењето на наелектризирана честичка во хомогено електрично поле $\vec{E}$, во коешто честичката упаѓа со почетна брзина $\vec{v}_0$, која со векторот на полето зафаќа агол α . Конечно, равенката на траекторијата на движењето на оваа честичка може едноставно да се добие ако времето од втората равенка од (1.23) се замени во првата, па следува:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \quad ; \quad y = \frac{QE}{2mv_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x \quad (1.24)$$

Равенката покажува дека траекторијата е парабола, па движењето е еквивалентно на движењето на тело во поле на Земјината тежа.

Ако се замени за аголот $\alpha=0$, тогаш равенката 1.24 станува $y = \frac{QE}{2mv_0^2} x^2$, а

ако $\alpha=90^\circ$ и $v_{0x} = 0$, тогаш равенките се:

$$v_y = \frac{QE}{m} t + v_0 \quad ; \quad y = \frac{QE}{2m} t^2 + v_0 t \quad (1.25)$$

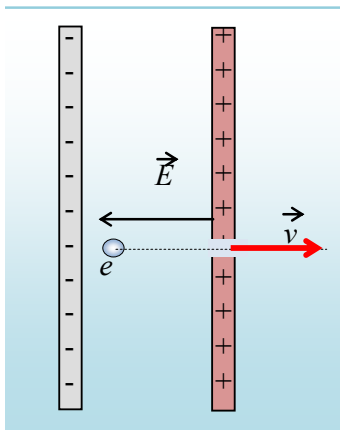
Од последнава релација е сосем јасно дека движењето е праволиниско рамномерно забрзано, и е во насока на полето. Забрзувањето е дадено со:

$$a = \frac{QE}{m} \quad (1.26).$$

Последново асоцира на вертикален истрел или слободно паѓање.

Пример 1

Електрон со маса $m=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg се забрзува во хомогено електрично поле со јачина $E=2 \cdot 10^4$ N/C воспоставено помеѓу две паралелни и разноимено наелектризирани плочи. Растојанието меѓу плочите е 1,5 cm. Електронот се забрзува од состојба на мирување во близина на негативната плоча и прелетува низ мал отвор на позитивната плоча (види сл. 1.21). а) Со колкава брзина електронот излетува низ отворот? б) Да се покаже дека силата на земјината тежа може да се занемари.



Сл. 1.21

Решение:

а) Силата што дејствува на електронот е $F=eE$, а забрзувањето, според (1.26) е еднакво на:

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ N/C}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 3,5 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

До отворот електронот поминува пат еднаков на растојанието меѓу плочите, па бидејќи почетната брзина му е нула, брзината согласно релациите (1.25) е дадена со:

$$v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2 \cdot 3,5 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} = 1,0 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Надвор од плочите електричното поле е еднакво на нула па таму електронот продолжува по инерција да се движи рамномерно праволиниски.

б) Електричната сила е $F=eE=1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ N}=3,2 \cdot 10^{-15} \text{ N}$.

Силата на земјината тежа за електронот е $mg=9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,81=8,9 \cdot 10^{-30} \text{ N}$, т.е таа е 10^{14} пати помала, па може да се занемари.

Овде електричното поле на самиот електрон беше занемарено. Тоа би требало да се земе предвид ако се пресметува силата која дејствува на плочите.

Пример 2

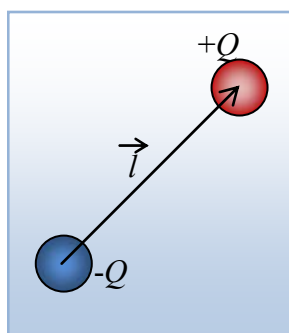
Нека електронот од претходниот пример движејќи се со брзина $v_0 = 1,0 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ влета во хомогено поле насочено нормално на брзината. Најдете ја траекторијата.

Решение:

Имајќи ја предвид сликата 1.20, дека $\alpha=0$, и дека траекторијата е определена со релацијата:

$$y = \frac{QE}{2mv_0^2} x^2, \text{ што претставува парабола, електронот се доближува кон позитивната плоча по крива, } y = \frac{eE}{2mv_0^2} x^2, \text{ слично како движење при хоризонтален истрел.}$$

1.3.4. Електрични диполи



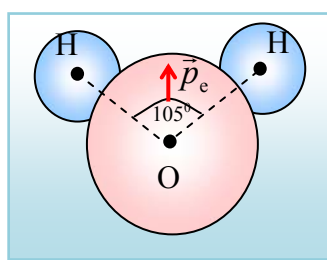
Сл.1.22

Два еднакви по големина, но спротивни по знак полнежа $+Q$ и $-Q$ кои се наоѓаат на мало фиксно растојание l формираат **електричен дипол** (Сл. 1.22). Правата што поминува низ двата полнежа се вика **оска на диполоид**.

Важна карактеристика на секој дипол е **електричен диполен момент** - векторот $\vec{p}_e$, кој има модул еднаков на производот меѓу едниот полнеж и растојанието меѓу двата полнежа, а е насочен долж оската на диполот и тоа од негативниот полнеж кон позитивниот:

$$\vec{p}_e = Q\vec{l} \quad (1.27)$$

Единица за мерење на електричниот диполен момент е кулон по метар (Cm).



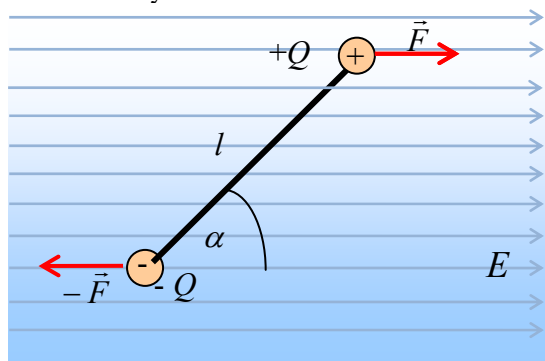
Сл.1.23

Електричните диполи се среќаваат многу често. Секое спроводно тело што ќе се најде во близина на некое наелектризирано тело, поради електричната индукција станува дипол. Понатаму ќе видиме дека и кај диелектриците при нивното поларизирање диполите играат битна улога. Најпосле, голем број молекули претставуваат диполи. Кај нив центрите на симетрија на позитивниот и на негативниот полнеж се поместени еден во однос на друг.

Таква е, на пример, молекулата на водата (види сл. 1.23). Со трите точки се дадени јадрата на атомите, кислородното јадро кое има 8 протони, и двете водородни јадра кои имаат по еден протон. Околу нив се наоѓаат регионите на електронските орбитали. Оските меѓу различните јадра градат агол од 105° , па поради тоа постои “водородна страна” и “кислородна страна”. Електроните од водородните врски од молекулот тежнеат да бидат поблизу до кислородното јадро отколку кон водородните јадра, поради тоа кислородната страна е понегативна од водородната. Електричниот диполен момент $\vec{p}_e$ е насочен долж оската на симетрија на молекулот и тоа од негативната (кислородна) страна кон позитивната (водородна) страна.

1.3.4.1. Однесување на дипол во електрично поле

а) Ќе го испитаме прво однесувањето на диполите во *хомогено електрично поле*. Ќе се послужиме со сликата 1.24.



Сл.1.24. Електричен дипол во електрично поле.

На двата дипола дејствуваат две еднакви по големина сили ($\vec{F}$). Нивната големина е:

$$F = QE \quad (1.28)$$

каде што E е големината на векторот на електричното поле $\vec{E}$. Овие две сили дејствуваат спротивно и образуваат *спрег од сили*. Моментот на спрегот $\vec{M}$ има големина:

$$M = QEl \sin \alpha = p_e E \sin \alpha. \quad (1.29)$$

Овде α е аголот помеѓу оската на

диполот и правецот на електричното поле, а p_e е модулот на електричниот диполен момент. Моментот на спрегот $\vec{M}$ во векторска форма е даден со:

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E} \quad (1.30)$$

Може да се види дека под влијание на хомогеното електрично поле диполот се стреми да се заврти така што неговиот електричен диполен момент $\vec{p}_e$ ќе стане колинеарен со $\vec{E}$.

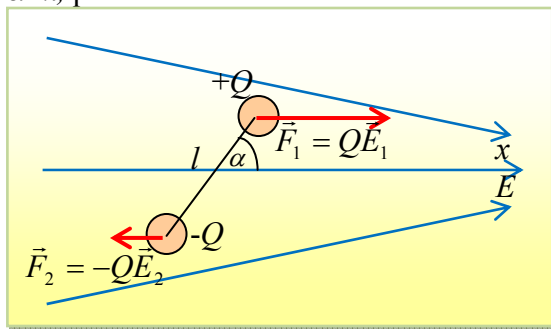
Работата (W) извршена при вртењето на диполот и неговото завртување од агол α_1 до α_2 е дадена со:

$$W = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} M d\alpha = p_e E \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = p_e E (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$$

Како резултат на извршената работа настанува промена во потенцијалната енергија на диполот. Ако диполот во почетокот бил нормален на полето, т.е. $\alpha_1 = 90^\circ$, извршената работа, т.е. добиената потенцијалната енергија (U) ќе биде:

$$U = W = -p_e E \cos \alpha \quad (1.31)$$

Од оваа релација се гледа дека при $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ вртливиот момент $M=0$, па и диполот има или максимална или минимална можна енергија, соодветно ($U = p_e E$ или $U = -p_e E$). При $\alpha=0$ рамнотежата на диполот е стабилна, а при $\alpha=\pi$ рамнотежата е лабилна.



Сл.1.25

б) Во *нехомогено електрично поле* силите што дејствуваат врз двата полнежа на диполот не се колинеарни, ниту се еднакви. Најпрост случај имаме кога диполот се наоѓа во поле на точкест полнеж. Ако l е доволно мало, тогаш може да се смета дека силите се скоро колинеарни (види слика 1.25), па бидејќи силата $F_1 > F_2$, разгледуваме случај кога полето расте од лево кон десно, поради оваа разлика ќе се јави

резултантна сила која диполот ќе го влече кон местото на посилното поле (на сликата надесно).

Имајќи ја предвид релацијата 1.31, и универзалната врска помеѓу силата и потенцијалната енергија ($F_x = -\frac{dU}{dx}$), од оваа равенка следува дека силата во x -насока е:

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = p_e \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha. \quad (1.32)$$

Привлекувањето на ситните предмети кон едно наелектризирано тело се објаснува со дејството на нехомогеното поле врз диполите што се индуцираат на ситните предмети. Бидејќи во тој случај аголот α е секогаш помал од 90° предметите се придвижуваат кон местата на посилното поле.

1.3.4.2. Електрично поле создадено од дипол

Сега ќе претпоставиме дека надворешно поле не постои, и дека даден дипол создава електрично поле.

Задачата ја поедноставуваме така што не интересира само полето на точките кои стојат на нормалата на оската на диполот и тоа во нејзината средина (на пример точка М, види слика 1.26).

И овде се користи принципот за суперпозиција на полињата, вкупното поле $\vec{E}$, е векторски збир од полињата создадени од позитивниот $\vec{E}_+$ и негативниот полнеж $\vec{E}_-$:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \quad (1.33)$$

Модулите на полињата создадени од

позитивниот и негативниот полнеж се еднакви и дадени со релацијата :

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}}. \quad (1.34)$$

Од сликата може да се заклучи дека у-компонентите на полињата $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ се компензираат, па модулот на јачината на полето $\vec{E}$ е даден со збирот од х-компонентите:

$$E = 2E_+ \cos\theta = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2 + \frac{l^2}{4}} \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2 + \frac{l^2}{4}} \frac{l}{2\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}};$$

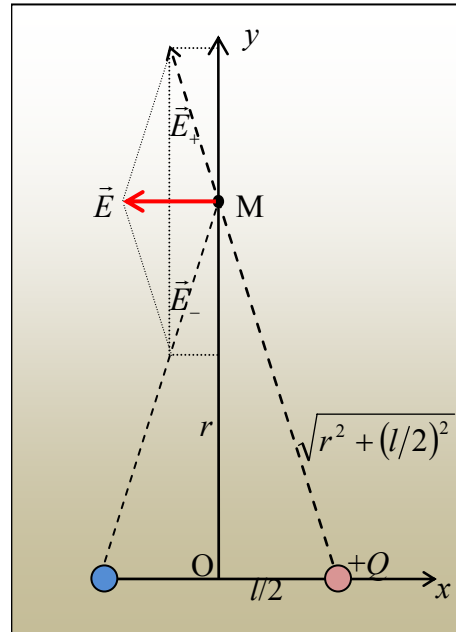
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.35)$$

За точки кои се многу оддалечени од диполот, т.е. за кои може да се напише $r \gg l$, равенката (1.35) се сведува на:

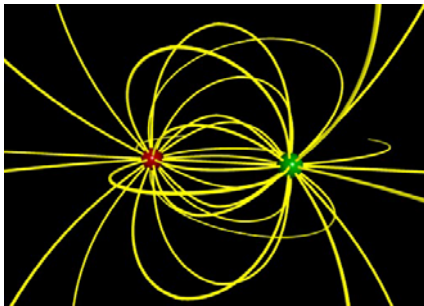
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} \quad (1.36)$$

Од оваа релација се гледа дека јачината на полето создадено од еден дипол се намалува со третиот степен од растојанието, значи многу побрзо отколку кај полето на точкестият полнеж. На големи растојанија, пак, двата полнежа со спротивен знак речиси се неутрализираат меѓусебно.

Напоменуваме дека ние овде го пресметавме полето на точките кои се нормални на средината на оската на диполот. Задачата може да се реши и поопшто, за било која точка во просторот. Проблемот обично



Сл. 1.26. Поле на дипол.



Тридимензионален приказ на електричното поле на дипол

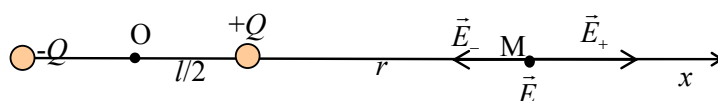
се решава во поларани координати, а решението покажува дека за која и да било точка подалеку од диполот, полето се намалува со третиот степен на растојанието.

ПРАШАЊА И ПРОБЛЕМИ

1. Нацртајте ги електричните силиви линии на поле создадено од две разноимено наелектризирани рамнини, поставени на меѓусебно растојание од 10 cm.
2. Дали ќе се промени густината на силовите линии во просторот помеѓу рамнините ако растојанието помеѓу плочите се намали два пати? Објаснете го вашиот одговор.

Пример задачи

3. Определете го полето што диполот го прави на точките на оската на диполот, при претпоставка дека растојанието од дадената точка е многу поголемо од растојанието меѓу полнежите на диполот, $r \gg l$ Види сл. 1.26a



Сл.1.26a

Решение

Полето во точката М се добива со суперпозиција на полињата со зададени од позитивниот и негативниот полнеж и е насочено по x -насока:

$$E_M = E_+ - E_- = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left(r + \frac{l}{2}\right)^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2lr}{\left(r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)^2} = \frac{2p_e r}{4\pi\epsilon_0 \left(r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)^2}$$

што заедно со условот $r \gg l$, дава

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p_e}{r^3}.$$

Полето е исто како и во примерот 13.4.2, т.е. обратнопропорционално со третиот степен од растојанието.

4. Определете го а) диполниот момент P_e ; б) максималниот вртлив момент; в) максималната работа којашто треба да се изврши за да диполот што е ориентиран во насока на полето да се заврти во спротивна насока; на еден дипол кој се состои од 2 разноимени полнежа со $Q=20$ nF, на растојание $l=1$ cm. Полето во кое се наоѓа диполот е хомогено со јачина $E=3 \cdot 10^4$ N/C.

Решение:

- а) Диполниот момент е:

$$P_e = Q \cdot l = 20 \cdot 10^{-9} \cdot 0,01 = 20 \cdot 10^{-11} \text{ C} \cdot \text{m}$$

- б)

$$\vec{M} = \vec{P}_e \times \vec{E} ; M = P_e E \sin \alpha ; M_{\max} (\text{koga } \alpha = 90^\circ) = P_e E = 20 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 10^4 = 60 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}$$

- в)

$$A = \int_0^\pi P_e E \sin \alpha d\alpha = 2 P_e E = 120 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$