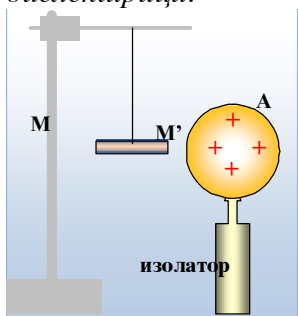


4. ДИЕЛЕКТРИЦИ

4.1. ПОЛАРИЗАЦИЈА НА ДИЕЛЕКТРИЦИ

4.1.1. Опити што покажуваат дека диелектриците се поларизираат

Повеќе експерименти покажуваат дека во електрично поле доаѓа до електризација и на диелектриците. Појавата ја викаме *поларизација на диелектрици*.



Сл.4.1

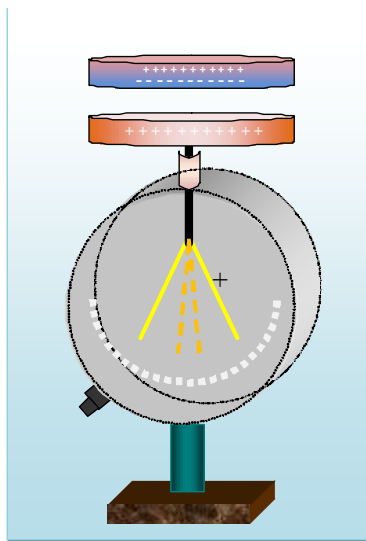
Опит 1

Во близина на едно мало стаклено (или пластично) праче ММ' кое е обесено на конец, се донесува наелектризирана метална топка А (сл. 4.1). Стакленото праче ќе се постави во насока на радиусот на наелектризираната топка. На прв поглед сè изгледа исто како и во случајот кога на изолиран конец ќе обесиме прачка од спроводник, за кој знаеме дека се електризира со инфлуенца. До

ваквото однесување дошло поради тоа што делот на прачката ММ' што се наоѓа поблизу до топката се наелектризира негативно, а пооддалечениот дел со позитивен полнеж, т.е. истоимено со топката А.

Опит 2

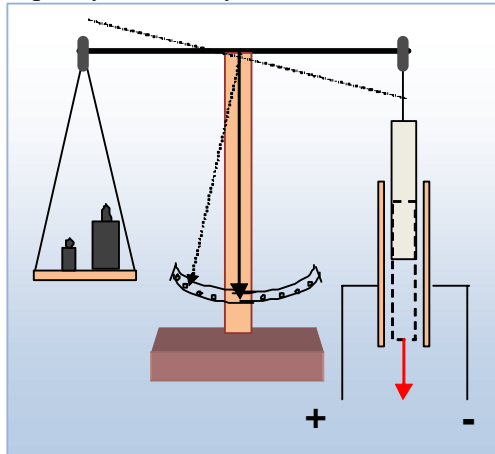
Ако до еден наелектризиран електроскоп со плочеста глава се доближи една неутрална стаклена (ебонитна) плоча, ќе дојде до намалување на отклонот на електроскопот (сл.4.2). При оддалечувањето на плочата повторно се воспоставува првобитниот-зголемен отклон, а при повторното доближување на диелектрикот, отклонот се намалува. Ваквото однесување е последица на тоа што при доближување на диелектрикот доаѓа до негова поларизација, слично како при електростатската инфлуенца. Електризирање со поларизација на диелектричната плоча прави на делот што е свртен кон плочата од електроскопот да се појавуваат разноимени полнежи, а на спротивната страна, истоимени.



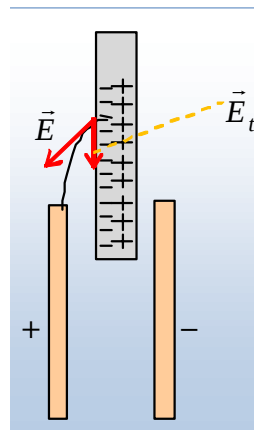
Сл. 4.2

Опит 3

Може да се демонстрира дека и на едно диелектрично поларизирано тело дејствуваат силите на полето. На една од урамнотежените страни на една терезија е обесена плоча од ебонит (сл. 4.3а). Ако потоа на страната на плочата без да ја допреме донесеме плочаст кондензатор и на него донесеме напон од неколку илјади волти (од електростатска машина). Доаѓа до расипување на рамнотежата на урамнотежената терезија, бидејќи тасот со диелектрикот натежал повеќе.



Сл. 4.3а



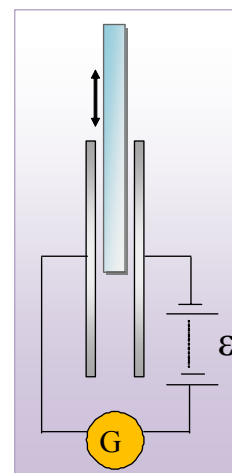
Сл. 4.3б

Објаснувањето на опитот е поврзано со поларизацијата на диелектричната плоча. Поради таа поларизација, доаѓа до внатрешно разделување на полнежите во диелектрикот под дејство на надворешното поле (сл.4.3.б). Силите линии на полето се искривени (една силова линија е нацртана за демонстрација). Знаеме дека векторот на електричното поле е тангенцијален на силите линии и дека постои негова тангенцијална компонента $\vec{E}_t$ (сликата 4.3 а), која дејствувајќи на поларизационите полнежи, го вовлекува диелектрикот надолу во просторот меѓу плочите на кондензаторот.

Опит 4

Еден плочест кондензатор се поврзува сериски со извор на електромоторна сила и еден осетлив галванометар (до 10^{-8} А) (види слика 4.4). Ако воздухот е сув, а изолацијата на кондензаторот доволно добра, галванометарот не покажува никаков отклон.

Потоа, меѓу кондензаторските плочи брзо се внесува неутрална стаклена плоча. Се забележува дека галванометарот покажува кратковремена



Сл. 4.4.

струја. И при изнесување на плочата протекува струја, но со спротивна насока.

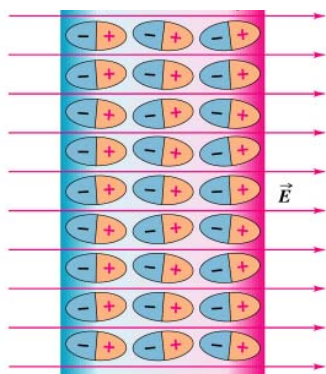
Појавата на струја во овој опит укажува на тоа дека при поларизацијата, на страните од диелектрикот што се свртени кон кондензаторските плочи се појавиле полнежи. Тие делумно ги компензирале полнежите од плочите на кондензаторот. За да напонот помеѓу плочите остане ист (кондензаторот е споен со изворот), на плочите треба од изворот да преминат дополнителни полнежи, еднакви на полнежите што се појавиле на диелектрикот, па затоа низ колото протекува струја. При вадење на плочата, тие полнежи ги снемуга, па полнежите од плочите повторно му се враќаат на изворот, па затоа потекува струја со спротивна насока (спротивен отклон кај галванометарот).

4.1.2. Видови диелектрици

Според тоа како се градени молекулите на диелектриците и како се однесуваат во електростатско поле, разликуваме три групи диелектрици.

Прва група, т.н. диелектрици градени од **неполарни молекули** се супстанции кај кои “центрите на маса” на позитивните и негативните полнежи се поклопуваат. Таквите молекули имаат диполен момент еднаков на нула. Такви се молекулите на гасовите (N_2 , H_2 , O_2 , CO_2 , CH_4). По дејство на надворешно електрично поле, полнежите се придвижуваат еден од друг, и тоа, негативните полнежи (електроните) во насока спротивна од полето, а позитивните (јадрата на атомите) во насока на полето. На тој начин молекулите стануваат диполи. Поларизацијата што кај ваквите диелектрици настанува се вика **електронска** или **индуцирана поларизација**. Овој вид поларизација е присутен кај сите видови молекули.

Втора група диелектрици (N_2O , NH_3 , SO_2 , CO и други) се градени од



Орјентација на поларните молекули од диелектрикот во електрично поле

молекули кои имаат асиметрична градба, па нивните молекули, слично како и молекулата на водата претставуваат диполи, бидејќи “центрите на маса” на полнежите од различни знаци не се поклопуваат. Таквите молекули се викаат **поларни молекули**. Диполниот момент на молекулите се од редот на големина на 10^{-30} Cm (кулон-метар). На пример, кај водата тој изнесува $6,2 \cdot 10^{-30}$ Cm, а кај амонијакот $5,0 \cdot 10^{-30}$ Cm. Кога ваквите диелектрици се надвор од електричното поле, нивните диполни молекули не се

орјентирани, поточно речено, тие се безредно ориентирани. Кога диелектрикот ќе се најде во електричното поле, како што покажавме, на секој дипол дејствува вртлив момент и молекулите се ориентираат во насока на силовите линии. Ваквата поларизација се вика **ориентациона**.

Трејџа ѓруџа диелектрици се супстанции кои имаат **јонска градба** (NaCl, KCl, KBr и други). Кристалните решетки на ваквите молекули имаат правилна распореденост на разноимените јони. Целиот кристал може да се смета дека е граден од две подрешетки со јони од ист знак. Кога диелектрикот ќе се најде во надворешно електрично поле, доаѓа до придвижување на подрешетките, таа со позитивните јони во насока на полето, а таа со негативните во спротивна насока. Оваа поларизација се вика **јонска поларизација**.

4.1.3. Вектор на поларизација

Кога еден диелектрик ќе се најде во надворешно електрично поле, тој како целина ќе се поларизира. Диполниот електричен момент $p_{e,V}$ на целото тело со волумен V , ќе биде еднаков на векторската сума на диполните моменти од сите n молекули кои се наоѓаат во тој волумен:

$$\vec{p}_{e,V} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_{e,i} \quad (4.1)$$

каде што $\vec{p}_{e,i}$ е диполен електричен момент на i -тата молекула.

Карактеристична физичка величина што ја опишува поларизацијата на диелектриците е **векторот на поларизација** (**поларизација**), кој ќе го бележиме со $\vec{P}$, а се дефинира како електричен диполен момент на единица волумен од диелектрикот:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_{e,V}}{V} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_{e,i}}{V} \quad (4.2)$$

Од ова равенство следува дека векторот на поларизацијата се изразува во единицата кулон на метар квадратен (Cm⁻²).

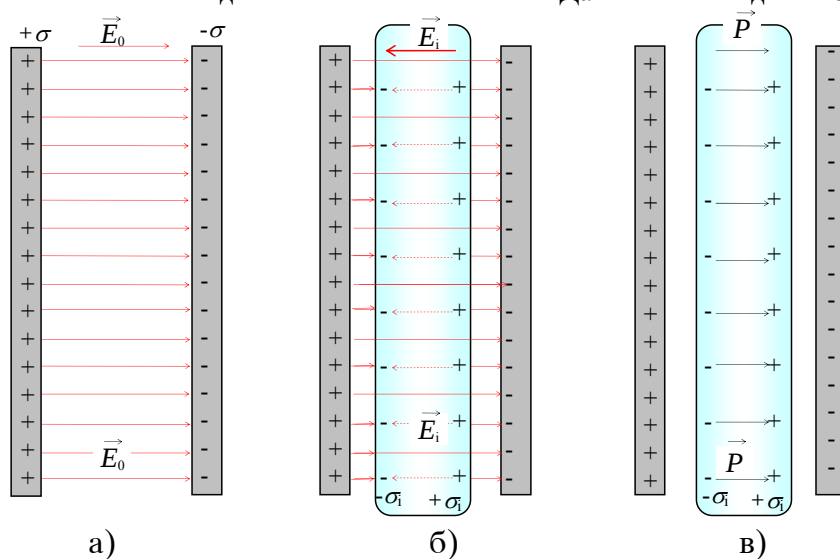
Опитите покажале дека кај најголемиот број диелектрици, со исклучок на фероелектриците (за кои ќе стане збор подоцна), векторот на поларизацијата линеарно зависи од јачината на електричното поле:

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E} \quad (4.3)$$

Во ова равенство е внесена величината χ_e која се вика **електрична суспендибилност**; тоа е величина без димензии, секогаш $\chi_e > 0$, и за поголем број диелектрици е од редот на големина од неколку единици до неколку десетици. Така, за водата суспендибилноста има вредност 80, а за алкохолот 25.

4.2. ЕЛЕКТРИЧНО ПОЛЕ ВО ДИЕЛЕКТРИЦИ

За ги определиме врските меѓу јачината на надворешното поле и карактеристиките на диелектрикот ќе ја проанализираме поларизацијата на даден диелектрик поставен во хомогено поле помеѓу две разноимено наелектризирани плочи со иста површинска густина $+\sigma$ и $-\sigma$. Плочите се со значително поголема димензија од растојанието меѓу нив, па полето може да се смета за хомогено. Да замислиме дека во



Сл. 4.5

просторот помеѓу плочите е ставен диелектрик, на пример, една стаклена плоча (сл. 4.5 (б)).

Под дејство на надворешно поле $\vec{E}_0$ диелектрикот се поларизира, се создава индуцирано поле $\vec{E}_i$ (сл. 4.5 (б)), кое е резултат на создадените врзани полнежи во диелектрикот со површинска густина $-\sigma_i$ во близина на страната на позитивната плоча и $+\sigma_i$, на површината завртена кон негативната плоча. Имено, по пат на индуцирана ориентациона или јонска поларизација, молекулските диполи се подредуваат, така што полнежите на двете површини кои се нормални на полето се создаваат површински индуцирани полнежи со рамномерна распределба на површинската густина σ_i . Бидејќи е површинската густина на врзаните полнежи во диелектрикот помала, тогаш целото надворешно поле $\vec{E}_0$ не е компензирано со новосоздаденото $\vec{E}_i$ (сл.4.5(б)). На сликата 4.5(в) векторот на

поларизација е означен со $\vec{P}$ кој е насочен исто како и електричниот диполен момент, од страната на негативните индуцирани полнежи кон позитивните. Како резултат на тоа во внатрешноста на диелектрикот постои поле $\vec{E}$ кое е по големина еднакво на:

$$E = E_0 - E_i \quad (4.4)$$

Полето E_i е хомогено и дадено со :

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\epsilon_0} = \frac{P}{\epsilon_0}, \quad (4.5)$$

каде што $P = \sigma_i$ е големината на векторот на поларизацијата. Вкупниот електричен диполен момент создаден во целиот волумен на диелектрикот ќе биде даден со $p_{e,V} = PAd$, каде што A е плоштината на диелектричната плоча а d е нејзината дебелина. Производот Ad го дава волуменот на диелектрикот. Од друга страна, пак, диполниот момент на сиот диелектрик е $p_{e,V} = \sigma_i Ad$; ($Q_i = \sigma_i A$). Со изедначување на десните страни на овие равенства се доаѓа до заклучокот дека големината на векторот на поларизацијата е еднаков на површинската густина на индуцираните полнежи во диелектрикот.

Ако во (4.4) се внесе (4.5) и потоа вредноста за поларизацијата дадена со (4.3), се добива:

$$E = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0} = E_0 - \frac{\chi_e \epsilon_0 E}{\epsilon_0} \quad \text{односно} \quad E = E_0 - \chi_e E, \text{ па за полето во}$$

внатрешноста на диелектрикот се добива :

$$E = \frac{E_0}{(1 + \chi_e)} \quad (4.6)$$

Бидејќи електричниот susceptibilitет е секогаш позитивен број, ова равенство покажува дека полето во внатрешноста на диелектрикот е секогаш послабо од полето во вакуум (воздух).

Физичката величина $(1 + \chi_e)$ обично се бележи како ϵ_r и се вика **диелектрична константа (релативна електрична пропустливост или пермеабилност)**, карактеристична за даден диелектрик, дадена со:

$$\epsilon_r = 1 + \chi_e = \frac{E_0}{E} \quad (4.7)$$

Диелектричната константа на даден диелектрик е бездимензионална величина која покажува каков е односот меѓу електричното поле во вакуум и полето во дадениот диелектрик. Таа претставува секогаш број поголем од единица, бидејќи полето во вакуум е секогаш посилно од тоа во било кој диелектрик.

Во табелата што следува се дадени вредности на диелектричната константа за некои диелектрици.

Супстанција	состојба	ϵ_r
Воздух	гас, 0° C, норм. притисок	1,00059
HCl	гас, 0° C, норм. притисок	1,0046
вода, H ₂ O	гас, 110° C, норм. притисок	1,0126
вода, H ₂ O	течна состојба, 20° C	80
бензен, C ₆ H ₆	течна состојба, 20° C	2,28
амонијак, NH ₃	течна состојба, -34° C	22
трансформаторско масло	течна состојба, 20° C	2,24
натриум хлорид, NaCl	кристал, 20° C	6,21
сулфур, S	тврда состојба, 20° C	4,0
кварц (SiO ₂)	кристал, 20° C (⊥ опт.оска)	4,34
кварц (SiO ₂)	кристал, 20° C (опт.оска)	4,27
Полиетилен	тврда состојба, 20° C	2,25-2,30
Порцелан	тврда состојба, 20° C	6,0-8,0
Парафин	тврда состојба, 20° C	2,1-2,5
Пирекс 7070 (стакло)	тврда состојба, 20° C	4,0

Диелектрична константа, која ние ја бележиме со ϵ_r (како што е препорачано во меѓународните стандарди), често се среќава и под ознака κ .

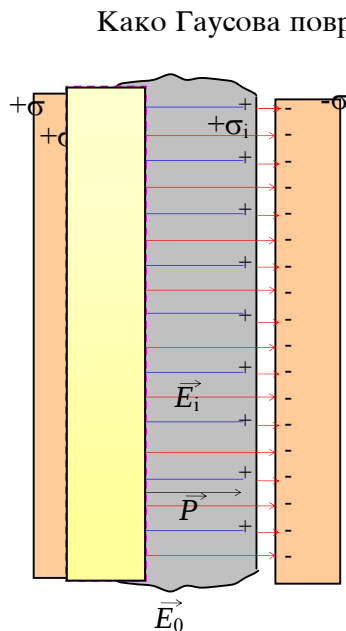
Равенката (4.7) укажува дека електричното поле во просторот со диелектрик се намалува ϵ_r -пати. Така, за полето меѓу двете различни рамнини исполнети со диелектрик се добива релацијата

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0}, \quad (4.8)$$

каде што σ е површинска густина на полнежот на плочите.

4.3. ГАУСОВА ТЕОРЕМА ЗА ДИЕЛЕКТРИЦИ

Ќе ја разгледаме Гаусовата теорема за диелектрик. За таа цел повторно го разгледуваме случајот на поларизиран диелектрик во хомогено поле.



Сл.4.6

Како Гаусова површина го одбираме “сандакот” кој ги опфаќа и слободните и индуцираните полнежи, на сликата, означен со жолто. Гаусовата теорема за тој случај ќе биде дадена со:

$$\oint \vec{E} dA = \frac{Q - Q_i}{\epsilon_0} \quad (4.9)$$

Според (4.4) и (4.8) следи:

$$E = E_0 - E_i \quad ; \quad E = \frac{E_0}{\epsilon_r} \Rightarrow E_i = E_0 \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right)$$

Електричните полиња се поврзани со површинската густина на полнежот преку $E = \sigma / \epsilon_0$, односно $E_i = \sigma_i / \epsilon_0$, па со замена во последнава релација се добива:

$$\frac{\sigma_i}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) \Rightarrow \sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) \quad (4.10)$$

Ако равенката 4.10 се помножи со плоштината A , се добива врската меѓу електричниот полнеж на плочите (слободниот полнеж) и индуцираниот полнеж:

$$Q_i = Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) \quad (4.11)$$

$$\text{а} \quad Q - Q_i = Q - Q + \frac{Q}{\epsilon_r} = \frac{Q}{\epsilon_r}.$$

Ако овој резултат се внесе во равенката (4.9), се добива:

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (4.12)$$

Ова што го добивме е, всушност, изразот за Гаусовата теорема во случај кога полнежите се наоѓаат во диелектрична средина. Напомуваме дека овој резултат, иако изведен за специјален случај, важи секогаш и тоа и за хомогени и нехомогени средини. Уште еден важен заклучок: во релацијата 4.12 **влегуваат само слободните полнежи**, полнежите на плочите, меѓутоа со внесување на диелектричната константа ϵ_r нивниот број е намален, токму поради појавата на индуцираните полнежи при поларизацијата.

4.4. ВЕКТОР НА ЕЛЕКТРИЧНА ИНДУКЦИЈА ($\vec{D}$)

Понекогаш во физиката, особено кога се проучуваат полињата во нехомогените диелектрични средини се воведува и векторот на **електрична индукција** кој се бележи со $\vec{D}$. Тој е поврзан со векторот на јачината на електричното поле преку релацијата:

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \quad . \quad (4.13)$$

Во оваа релација влегува константата $\varepsilon_r \varepsilon_0 = \varepsilon$, која често се нарекува и *ајсолутивна диелектрична константа* и ги има димензиите на ε_0 .

Векторот на поларизација беше даден со релацијата (4.3), т.е. $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$, па имајќи предвид дека $\chi_e = \varepsilon_r - 1$ се добива:

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E} = (\varepsilon_r - 1) \varepsilon_0 \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0 \vec{E} \quad (4.14)$$

Оттука, за векторот на електричната индукција се добива:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad . \quad (4.15)$$

За разлика од физичката величина јачинана електрично поле $\vec{E}$, чие што физичко значење е сосем јасно (определено со односот меѓу силата со кој полето дејствува врз точкест позитивен пробен полнеж и големината на полнежот), и величината вектор на поларизацијата $\vec{P}$ (што претставува електричен диполен момент на единица волумен на даден диелектрик), физичката величина електрична индукција $\vec{D}$ **нема** јасно физичко значење. Според релацијата (4.15) овој вектор е сума од две физички величини со сосема различна физичка природа. Причина за воведување на овој вектор е можноста да се пресметува полето во присуство на диелектрик без претходно познавање на индуцираните полнежи. Имено, и за овој вектор може да се воведат флукс, кој, според Гаусовата теорема зависи само од слободните полнежи. Имено, ако ја погледаме релацијата (4.12), таа може да се запише како:

$$\oint_A \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} d\vec{A} = Q \quad \text{односно :} \quad \oint_A \vec{D} d\vec{A} = Q \quad . \quad (4.16)$$

Доколку со површината A има зафатено повеќе полнежи, тогаш под Q се подразбира нивната алгебарска сума $Q = \sum_{i=1}^N Q_i$.

Со овој вектор ние понатаму нема многу да оперираме. Но, во многу постари учебници овој вектор се користи паралелно со векторот на јачината на полето.

4.5. ТВРДИ ДИЕЛЕКТРИЦИ. ФЕРОЛЕКТРИЦИ. ПИЕЗОЕЛЕКТРИЧЕН ЕФЕКТ

Тврдите тела имаат кристална структура. Од нивната структура зависи кој тип на поларизација ќе се појави.

Постојат такви тврди тела, наречени **електрети** кои имаат таква градба што како целина, телото на еден таков кристал има електричен диполен момент. Оваа постојана поларизација на електретот е присутна кај него и надвор од електрично поле. Електретите соодветствуваат на постојаните магнети, меѓутоа нивното користење е многу помало. Причината лежи во тоа што тие не создаваат “забележително” надворешно поле. Имено, поларизационите површински полнежи многу лесно се неутрализираат со слободните полнежи што обично ги има во воздухот.

Слично се однесуваат и тврдите тела со јонска поларизација.

Кај тврдите тела-диелектрици за практиката од посебна важност се *фероелектрици*, или, како што уште се нарекуваат *сењетоелектрици* (името потекнува од една супстанција што го поседува ова својство - сењетовата сол).

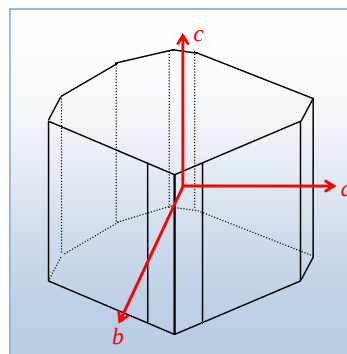
4.5.1. Фероелектрици

Некои хемиски соединенија во тврда состојба имаат многу интересни и необични диелектрични својства. Таквите својства прво биле забележани кај сењетовата сол, па оттаму и називот *сењетоелектрици*. Во странската и нашата литература почесто ове супстанции се викаат *фероелектрици*, бидејќи, како што ќе покажеме, имаат некои особини слични на феромагнетичите.

Сењетовата сол е двојна натриумкалиева сол на винска киселина ($\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$). Нејзините кристали имаат ромбична кристална структура и обично имаат форма како на сликата 4.7. Кристалите на сењетовата сол имаат изразена анизотропија. Солта ги покажува фероелектричните својства кога надворешното електрично поле $\vec{E}$ е насочено по должината на кристалографската оска a .

Главни особености на фероелектриците се:

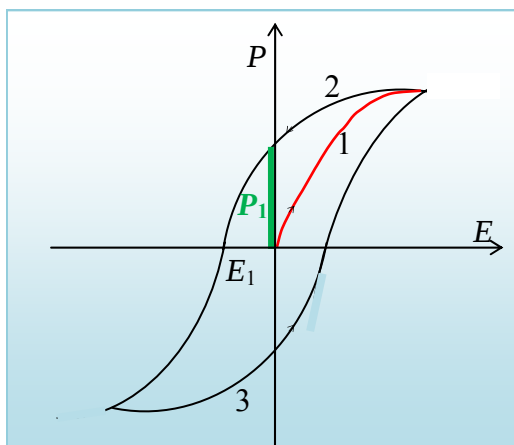
1. Во некој температурен интервал диелектричната константа им е многу голема и достигнува вредности и до 10000.
2. Втората важна карактеристика на овие супстанции се манифестира кога се испитува функционалната зависност на електростатската индукција (векторот $\vec{D}$) од јачината на надворешното електрично поле.



Сл. 4.7. Ромбичен кристал од сењетовата сол.

Кај нив електричната индукција не е пропорционална со јачината на полето $\vec{E}$, туку диелектричната константа, а со тоа и векторот $\vec{D}$ зависи на посложен начин од јачината на надворешното електрично поле.

3. Големината на поларизацијата (а со тоа и на електростатската индукција) кај фероелектриците не зависи само од големината на надворешното електрично поле, туку и од претходната состојба на поларизација на диелектрикот. Зависноста на поларизацијата од P од јачината на надворешното електрично поле E , е прикажана на сликата



Сл.4.8

4.8. При првобитното зголемување на електричното поле, поларизацијата P се менува по кривата 1, која покажува дека зависноста не е линеарна и дека при некоја вредност на полето престанува да расте, т.е. се постигнува заситување. Ако потоа се намалува полето E , поларизацијата не се смалува по истата крива 1, туку сега оди по кривата 2, па кога полето ќе стане рамно на нула, во фероелектрикот се задржува извесна поларизација (P_1). Тоа значи

дека во сењетовата сол се задржува некоја **остаточна поларизација** и кога кристалот не се наоѓа во надворешно електрично поле. За да се уништи оваа остаточна поларизација, треба да се приложи некое поле E_1 во спротивна насока. При натамошното периодично менување на надворешното електрично поле, во двете насоки, поларизацијара P се менува по крива која опишува едно јазиче. Оваа крива е позната како **крива на хистерезис**. Ова својство го имаат сите фероелектрици, а не само сењетовата сол.

3. Фероелектричните својства многу зависат од температурата. При температури повисоки од температура карактеристична за секој фероелектрик (T_k), фероелектричните својства исчезнуваат и тој станува обичен диелектрик. Таа температура се вика **Кириева температура** или **Кириева точка**. Името го добила според францускиот научник Пјер Кири (P. Curie, 1859-1906) кој ги истражувал феромагнетните својства на феромагнетиците, аналогни со својствата на фероелектриците, а кои ги губат своите феромагнетни својства при температури повисоки од некоја точно определена, карактеристична за материјалот. Во некои случаи, пак, како кај сењетовата сол, постојат две Кириеви температури ($+22,5^0$ C и -15^0 C), а супстанцијата ги има

фероелектричните својства само во интервалот помеѓу овие две температури.

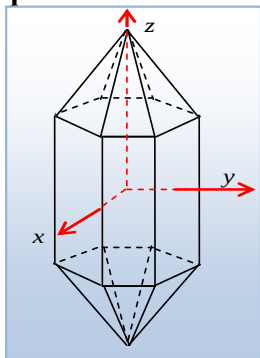
Покрај сењетовата сол постојат и други супстанции кои што имаат фероелектрични својства, како, на пример, калиум фосфатот (K_2HPO_4) и калиум арсенатот (K_2HAsO_4). За практиката е од големо значење бариум титанат (BaTiO_3). Неговата Кириева температура е околу 118°C , а диелектричната константа му е 6000-7000.

Фероелектриците наоѓаат примена при производството на кондензаторите, поради нивната голема диелектрична константа.

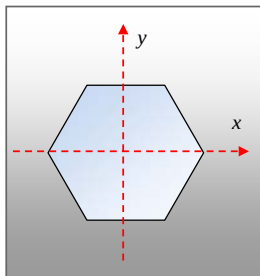
Фероелектричните својства се објаснуваат преку теоријата на **домени**. Во овие диелектрици постојат цели домени со **самопроизволна поларизација**, така што секој домен има одреден електричен диполен момент. Кога е кристалот надвор од електричното поле, домениите се дезориентирани, а кога ќе се најдат во надворешно електрично поле, секој домен поради неговиот диполен момент се ориентира во насока на полето.

4.5.2. Пиезоелектричен ефект

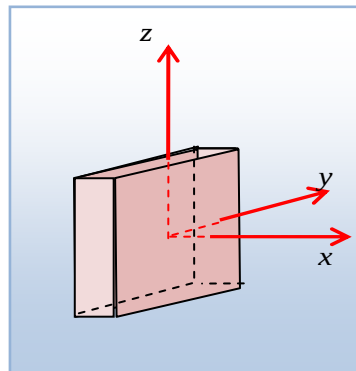
Научивме дека диелектрикот може да се поларизира кога ќе се најде во надворешно електрично поле. Опитите покажуваат дека е можна поларизација на диелектрикот и тогаш кога тој не е во електрично поле. Тоа се случува ако диелектрикот се деформира. Оваа појава први ја изучувале браќата Пјер и Жак Кири и се вика **пиезоелектричен ефект**.



Сл. 4.9(а).
Хексагоналан кварцен кристал.



Сл. 4.9(б). Оски на кристалот.
Оптичката оска е нормална на површината

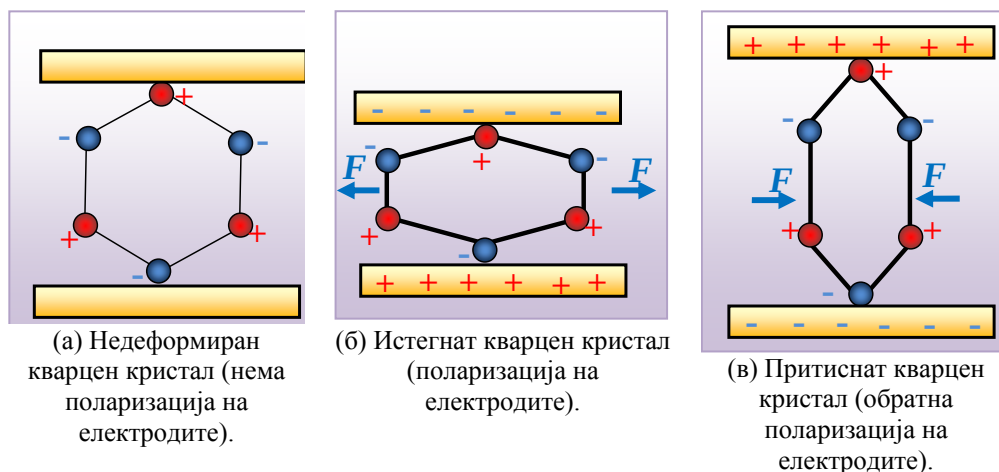


Сл.4.9.(в). Сечење на кварцен кристал.

Сите кристали што немаат центар на симетрија поседуваат пиезоелектрични својства. Вакви се, на пример, **кварцот, турмалинот и сегнетовата сол**, сите во монокристална форма. Пиезоелектричниот ефект е многу изразен кај сењетовата сол. Меѓутоа, таа е лесно кршлива и плус тоа има многу ниска точка на топење (65°C). Поради

големата механичка стабилност (тврдост и мал коефициент на термичко ширење, кварцниот кристал е најпогоден за практична употреба.

Според кристалната структура, кварцот припаѓа на хексагоналната кристална система која се карактеризира со три главни оски (сл. 4.9(а)). Оската што ги соединува двата врва на пирамидите z , е оптичка оска на кристалот. Оската што спојува два спротивни врва од шестоаголникот е x оска и таа е, всушност, електричната оска. По должината на оваа оска има најголема електрична поларизација при механичка деформација сл. 4.9(а) и (б). Оската што е ортогонална на претходните две (y -оската) е всушност, механичката оска на кварцниот кристал, бидејќи по нејзината должина настануваат најголеми механички деформации кога кристалот ќе се постави во електрично поле со насока на електричната оска. За да може да се регистрира пиезоелектричниот ефект, кристалот треба да е пресечен како паралелолипед со страни нормални на оските (сл.4.9(в)).

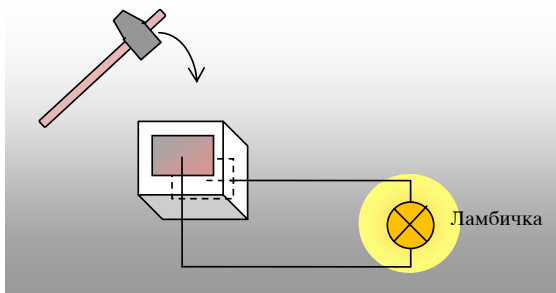


Сл.4.10.

На сликата 4.10 може да се види дека при деформација (издолжување или збивање) во насока на механичката оска, во кристалот доаѓа до поларизација, на површините поставени нормално на електричната оска се појавуваат поларизациони полнежи 4.10 (б). При промена на насоката на силата 4.10 (в) поларитетот на електродите се менува. Ако деформацијата настанала во правец на оптичката оска поларизација нема да настане.

Векторот на поларизацијата $\vec{P}$, односно површинската густина на индуцираните поларизациони полнежи σ_i , во определен интервал, е пропорционална со големината на механичката деформација, која,

според Хуковиот закон, е пропорционална со спротивставеното механичко напрегање, предизвикано со таа деформација. Следува дека поларизацијата ќе биде пропорционална со силата која дејствува на единица плоштина на нормална површина.



Сл. 4.11. Механичката деформација на кварцот. Дејството на сила генерира напон.

Експеримент

На спротивните рамнини кои се нормални на електричната оска се залепени метални плочки-електроди, кои се електризираат по индукција. Електродите се споени со мала халогена светилка. Опитот (сл. 4.11) се прави така што врз плочка од сењетова сол се удира

остро со чекан. При секој удар на кристалот со чеканот доаѓа до деформација на кристалот долж механичката оска па светилката засветува поради тоа што за време на ударот се појавува напон меѓу електродите. Инаку, напонот е од редот големина на неколку десетици волти.

Постои појава што е инверзна на пиезоелектричниот ефект, која се нарекува **обратен пиезоелектричен ефект**. Имено, ако меѓу двете челни површини (4.9 (в)) од еден пиезокристал се донесе напон, под дејство на полето кристалот се деформира, т.е. или се збива или се издолжува, во зависност од поларитетот на електродите.

Обратниот пиезоелектричен ефект е последица на законот за запазување на енергијата. Нека кристалот (сл. 4.11) е под дејство на надворешни сили $\vec{F}$ кои предизвикуваат негово збивање. Според законот за запазување на енергијата, при деформацијата врз плочката се врши поголема работа отколку работата што ја вршат еластичните сили на кристалот што се противат на деформацијата, па следува дека во плочката ќе се јават дополнителни сили $\vec{F}_1$ кои се спротивставуваат на збивањето. Тоа се силите на обратниот пиезоелектричен ефект.

Инаку, пиезоелектричниот како и обратниот пиезоелектричен ефект нашле голема примена во техниката.

Поради ова својство, кварцот се користи како електромеханички претворувач, за што се користи негов X, Y или комбиниран XY пресек. Вака пресечената лочка од кварцен кристал ќе има своја сопствена фреквенција на механички осцилации. Притоа, наједноставен начин на



осцилирање на една плочка е челните страници да бидат јазли на стоен лонгитудинален еластичен (звучен) бран. Ваквите високофреквентни треперења во просторот се шират како високофреквентни звучни (ултразвучни) осцилации, особено ако сопствената фреквенција на кристалната плочка се поклопи со фреквенцијата на надворешното електрично поле. Вакви генератори на ултразвучни бранови (сл. 4.12) се во

широка употреба. Постојат и други уреди кај кои е применет овој ефект, како што се пиезоелектричен микрофон, пиезоелектричен манометар, пиезоелектричен мерач на вибрации и слично.

Појавата обратен пиезоелектричен ефект е многу слична со појавата **електрострикција**, која се јавува речиси кај сите диелектрици, а е појава на механички сили кои се јавуваат поради поларизацијата на диполите. Но, овие две појави се битно различни. Прво, обратниот пиезоелектричен ефект се јавува само кај пиезодиелектриците, додека електрострикцијата може да се јави кај кој било диелектрик. Второ, обратниот пиезоелектричен ефект зависи од насоката на поларизацијата на надворешното поле, додека електрострикцијата не зависи од насоката на надворешното електрично поле што ја предизвикува поларизацијата. Електрострикција е појава на збивање на кристалот до кое што доаѓа поради појава на поле што се создава во внатрешноста на диелектрикот.

Да споменеме уште дека поларизација на диелектриците може да настане и тогаш кога два краја на еден кристал се држат на различни температури. Ваквата појава се нарекува **пироелектрицитет**.

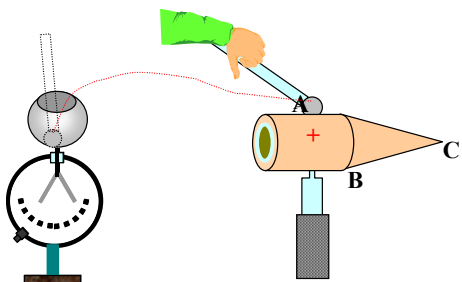
4.6. ПОВТОРНО ЗА СПРОВОДНИК ВО ЕЛЕКТРИЧНО ПОЛЕ. ГУСТИНА НА ПОЛНЕЖ КАЈ ЗАКРИВЕНИТЕ ПОВРШНИ

Во поглавјето 1.3.2 објаснивме дека кога спроводникот се наоѓа во надворешно електрично поле, во неговата внатрешност не постојат полнежи, ниту електрично поле. Како последица на тоа, силовите линии на спроводникот кој е наелектризиран се секогаш поставени нормално на површината на спроводникот. Покажавме, исто така, дека површината на наелектризиран спроводник е еквипотенцијална. Но, тоа не значи дека и полнежите на таа површина секаде се еднакво распределени. Напротив. Густината на полнежите е различно распределена. Тоа може да се насети и од експериментално добиените фотографии на

електричните силиви линии кај едно зашилено тело (види поглавје 1.3.1).

Експеримент

Со експеримент како на сликата 4.13 може да се покаже дека најголема површинска густина на полнежи има во близината на зашилениот дел од површината на коноцилиндарот. За таа цел ќе користиме и електроскоп на чија глава ќе ставиме шуплива топка и пробалка. Веќе укажавме на тоа дека во внатрешноста на шуплива сфера нема полнежи.



Сл. 4.13

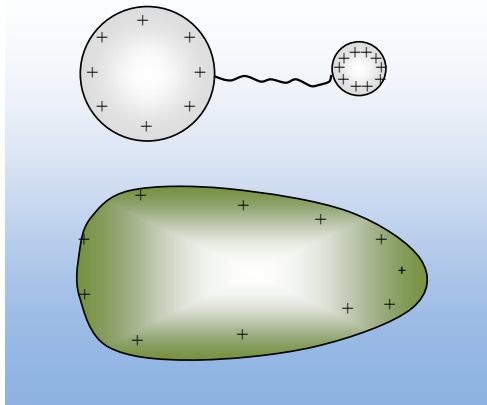
Зошто е погодно да се користи електроскоп со шуплива топка на главата? Таквата шуплива топка обично се вика “Фарадеев цилиндар”. Одговорот е едноставен, полнежите на шупливата топка се распределуваат само по нејзината надворешна површина. Значи, ако со пробалката со која

носиме полнеж ја допреме шупливата топка однатре, тогаш целиот полнеж од металниот дел на пробалката ќе се однесе на надворешната страна од главата на електроскопот.

Нека сега со пробалката ги допираме точките А, В, и С и притоа ги пренесуваме полнежите на електроскопот на веќе опишаниот начин. Ќе забележиме дека најголем отклон електроскопот ќе покаже при допирањето во точката С (врвот на шилецот), па потоа В, а најмал во точката А. Може да заклучиме дека *површинската густина на полнежите е најголема таму каде што закривеноста на површината на проводникот е најголема.*

Напомена: при експериментирањето, по секој пренос на полнежите од која било точка треба да се испразни електроскопот и пробалката. Се разбира отклонот на електроскопот воопшто ќе го нема, кога со пробалката ќе ја допреме внатрешната страна на коноцилиндарот. Внатре не постојат ниту полнежи, ниту поле.

Вака добиениот експериментален резултат треба и теориски да го објасниме. Да претпоставиме дека имаме две спроводнички топки, повзани една со друга со жица (сл. 4.14).



Сл.4.14. Апроксимација на произволно тело со систем од спроводни топки, меѓусебно повзани со жица.

Кога постои само една сфера, тогаш кривината на површината е секаде иста и густината на полнежот исто така. Меѓутоа, кога имаме две различни сфери, споени со жица, може да се смета дека е тоа едно исто тело, чијашто површина во секоја точка има ист потенцијал. Тоа значи:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r_1} \quad \text{и} \quad \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r_2},$$

а бидејќи $\varphi_1 = \varphi_2$ следува:

$$\frac{Q_1}{r_1} = \frac{Q_2}{r_2}. \quad (4.17)$$

Површинските густини σ_1 и σ_2 по дефиниција се:

$$\sigma_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{Q_1}{r_1^2} \quad \text{и} \quad \sigma_2 = \frac{1}{4\pi} \frac{Q_2}{r_2^2}, \quad \text{откаде излегува дека:}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (4.18)$$

Имајќи ја предвид релацијата 4.17, за односот меѓу полнежите се добива:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_1}{r_2} \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (4.19)$$

или

$$\sigma_1 r_1 = \sigma_2 r_2 = \sigma r = \text{const} \quad (4.20)$$

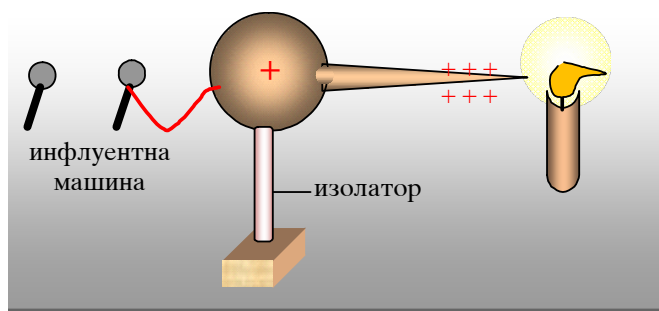
Производот од површинска густина по радиусот на закривеноста на која и да било точка од наелектризирано тело, е константна величина. Следува: *површинска густина на полнеж е најголема таму каде што радиусот на закривеноста е најмал.*

Бидејќи секој мал дел од површината на едно наелектризирано тело може да се смета за дел од рамнина, а полето во близина на рамнината е право пропорционално со површинската густина ($E = \sigma / 2\epsilon_0 \epsilon_r$)

тогаш во близина на многу закривените површини, на пример шилци, тогаш и полето создадено таму ќе биде најако.

Експеримент

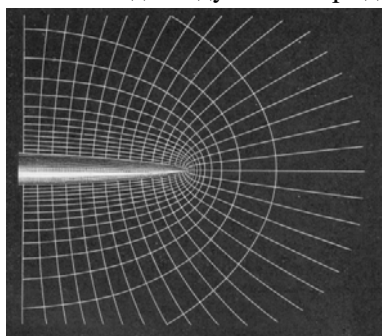
Овој факт убаво се демонстрира со демонстрацијата позната како “електростатички ветер”.



Сл.4.15. Електричен ветер

Еден шилец се поврзува со позитивниот пол на електростатската инфлуентна машина (слика 4.15). Ако во близина на шилецот се донесе свеќа, се забележува отклонување на пламенот на свеќата во насока

спротивна на шилецот. Објаснението е едноставно. Во близината на шилецот постои најголема површинска густина на полнежи, па се создава и најсилно нехомогено електрично поле. За јачината на ова поле можете да се уверите од илустрирацијата на силовите и еквипотенцијалните линии на еден наелектризиран шилец, што е дадена на сликата 4. 6. 16. Свеќата прави термичка јонизација на воздухот, а силното електрично поле ги придвижува. Така, спротивни по знак полнежи од воздухот се придвижуваат кон шилецот и ги неутрализираат



Сл. 4. 6. 16. Електрично поле на еден шилец

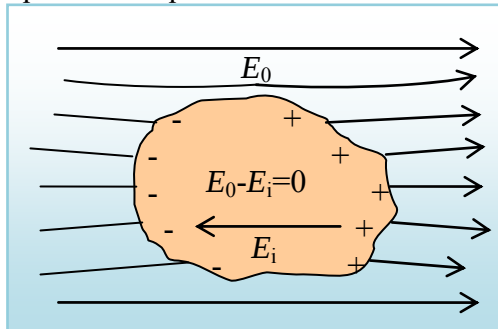
полнежите на шилецот. Истоимените полнежи на воздухот (јоните), привлекувајќи и неутрални молекули, предизвикуваат движење во спротивна насока, што се регистрира како “електростатски ветер”.

Ако сакаме експериментот подолго да трае, треба шилецот постојано да биде поврзан со инфлуентната машина која работи, во спротивно, поради неутрализација на полнежите на шилецот, ефектот ќе замре по кусо време.

4.6.1. Електростатска заштита

Најголемата густина на полнежите на зашилените делови од предметите и фактот дека полето во нивната близина е најсилно, е уште одамна познат. Уште во 1771 година Бенџамин Франклин учил дека ако во близина на наелектризирано тело се донесе шилец, на шилецот прескокнува искра. Тоа го навело на идеја да го конструира првиот **громобран** со кој безопасно се одведува полнежот на молњата. Громобранот не е ништо друго туку високо поставен метален шилец кој со спроводничка жица е поврзан со метална плоча закопана длабоко во Земјината почва. Полнежот на молњата преку таквиот громобран се одведува директно во Земјината почва.

Во денешно време уште поголема сигурност на објектите се прави со помош на спроводници кои ги опкружуваат објектите, велиме се прави електростатска заштита на објектите.



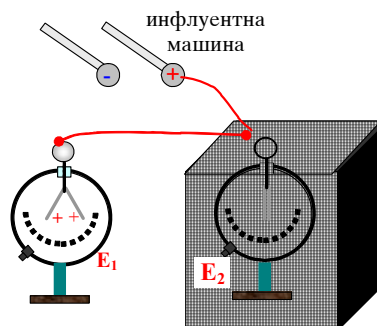
Сл.4.18

Притоа се користи фактот дека полето на наелектризиран спроводник во неговата внатрешност е еднакво на нула, но и појавата дека неутрален спроводник во електрично поле се електризира со инфлуенца, така да индуцираното поле E_i го неутрализира надворешното E_0 (Сл. 4.18), па во внатрешноста на спроводникот не постојат силиви линии, т.е. нема поле.

Дека полнежи и поле во внатрешноста на спроводникот не постојат може и да се демонстрира.

Демонстрација: Фарадеев кафез

Убава илустрација на овој факт е демонстрацијата направена со т.н. Фарадеев кафез (Сл. 4.19). Надворешната страна на кафезот е поврзана со електроскопот E_1 . Во внатрешноста на кафезот е поставен втор електроскоп - E_2 , така што неговата глава ја допира внатрешната страна на кафезот. Кога кафезот се електризира со поврзување со инфлуентна електростатска машина, само електроскопот E_1 покажува отклон, додека



Сл.4.19

внатрешниот електроскоп E_2 , не покажува никаков отклон. Притоа, надворешниот напон може да биде и многу висок, но и тогаш внатрешниот електроскоп нема да покажува никаков отклон.

Низа апарати и уреди кои треба да бидат заштитени од надворешни електростатички полиња се поставуваат во спроводнички ”кафези” кои, обично, се и заземјени.

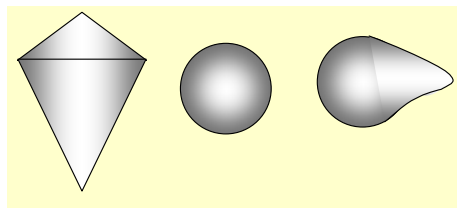
Во поново време и заштитата од атмосферско празнење на домовите или другите објекти се прави на сличен начин.

ПРАШАЊА И ПРОБЛЕМИ

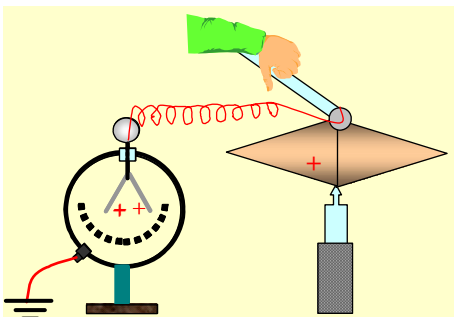
1. Како ќе го објасните следниов опит: еден надуван балон протријте со волнена крпа, или од вашиот килим, а потоа истиот доближете го таванот од вашата соба. Балонот останува прилепен. Зошто?

2. Како е насочен векторот на поларизацијата? Објаснете го вашиот одговор.

3. Каква е рапределбата на полнежите на негативно наелектризираните тела дадени на сликата 4.20? Таму каде што густината на полнежите е најголема, нацртајте поголем број знаци за негативен полнеж (минуси).



Сл. 4.20

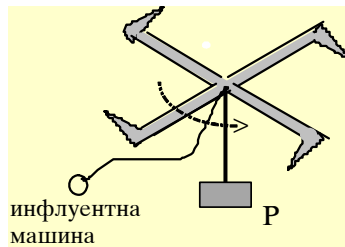


Сл.4.21

4. Ако со пробалка ја допреме површината на металното наелектризирано тело со форма на двоен конус (слика 4.21), каде ќе се покаже најголем отклон на електроскопот? Објаснете го својот одговор.

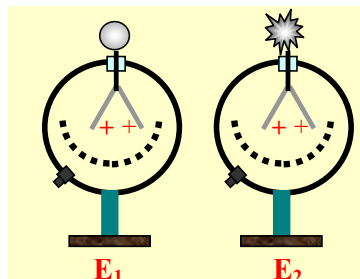
5. Објаснете го функционирањето на т.н.

Франклиновата вртешка. Тоа е лесна вртешка направена од лесен метал, или алуминиумска фолија, која е поставена на игла (слика 4.22). Иглата е забодена во изолаторското подножје Р. Вртешката се поврзува со позитивниот пол од инфлуентната машина. Ако ја активираме електростатската машина, вртешката ќе започне да се врти. Зошто доаѓа до вртење на вртешката?



Сл.4.22

6. На двата електроскопа од сликата 4.23 им е донесено еднакво количество електричество. Кој од нив побрзо ќе се разелектризира и зошто?



Сл. 4.23

Пример задачи

7. Напонот меѓу две метални спротивно наелектризирани плочи е $V_0=800$ V. Плоштината на секоја од плочите изнесува $A=200$ cm². Помеѓу овие плочи може да се уфрли плочка со релативна диелектрична константа $\epsilon_1=2,1$ и дебелина $d=4$ mm.

Определете:

- Јачина на електрично поле пред уфрлањето на плочката.
- Електричното поле во диелектричната плочка
- Големината на векторот на поларизацијата.
- Површинската густина и големината на полнежот на слободните полнежи.
- Површинската густина и големината на полнежот на врзаните полнежи.
- Големината на векторот на електростатската индукција D ?
- Големината на индуцираното електростатско поле кое се должи на врзаните полнежи.

Решение:

$$\text{a) } E_0 = \frac{V_0}{d} = \frac{800}{0,004} = 2 \cdot 10^5 \text{ V/m.}$$

$$\text{б) } E = \frac{E_0}{\epsilon_1} = \frac{2 \cdot 10^5}{2,1} \approx 9,52 \cdot 10^4 \text{ V/m.}$$

$$\text{в) } P = \chi_e \epsilon_0 E = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 E = (2,1 - 1) 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 9,52 \cdot 10^4 = 9,27 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

г) Како последица на релацијата (4.16) :

$$\sigma = D_o = \epsilon_0 E_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^5 = 1,77 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

а количество електричество на слободните полнежи е:

$$Q = \sigma A = 1,77 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 3,54 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

д) Површинската густина на врзаните полнежи е еднаква на големината на векторот на поларизацијата:

$$\sigma_i = P = 9,27 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2, \text{ а количество електричество на индуцираните полнежи } Q_i = \sigma_i A = 9,27 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 1,854 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$\text{е) } D = \epsilon_r \epsilon_0 E = 2,1 \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 9,52 \cdot 10^4 = 1,77 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

ж) $E = E_0 - E_i \Rightarrow E_i = E_0 - E = 2 \cdot 10^5 - 9,52 \cdot 10^{-4} \approx 1,05 \cdot 10^5 \text{ V/m}$
и е спротивно насочено од E_0 .

8. Метална наелектризирана сфера со радиус $R=5 \text{ cm}$ е обвиткана со сферен диелектричен слој со дебелина $d=5 \text{ cm}$. Релативна диелектрична константа на слојот е $\epsilon_r=3$. Полнежот на сферата е $Q=+3,6 \text{ nC}$. Да се најде јачината на полето во точките што лежат на растојание $r_1=6 \text{ cm}$ и $r_2=12 \text{ cm}$ од центарот на сферата.

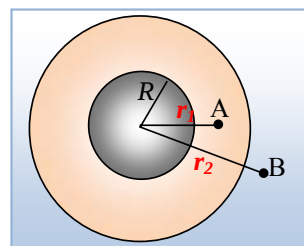
Решение:

Точката А (слика 4.24) како и сите точки кои лежат на растојание $r_1=6 \text{ cm}$ од центарот се наоѓаат во диелектрична средина. За нив големината на полето е :

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q}{r_1^2} = \frac{9 \cdot 10^9}{3} \frac{3,6 \cdot 10^{-9}}{0,06^2} = 3 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

Точката В не е во диелектрикот па:

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3,6 \cdot 10^{-9}}{0,12^2} = 2,25 \cdot 10^3 \text{ V/m}.$$

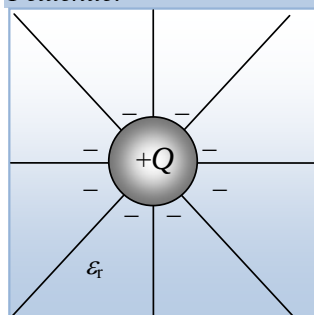


Сл. 4.24

9. Намалувањето на јачината на електричното поле при поставување на наелектризирано тело во диелектрична средина се објаснува така што во диелектрикот настанува појавата поларизација, која се јавува на површината на диелектрикот.

Метална топка со радиус R и полнеж Q се наоѓа во диелектрична средина со диелектрична константа ϵ_r . Да се определи големината и знакот на поларизациониот полнеж Q_i , како и површинската густина σ_i и нејзината распределба.

Решение:



Сл.4.25

Ако околу сферата немаше диелектрик, таа ќе создаваше поле, чијашто големина е определена со релацијата:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

При постоење на диелектрик, полето е:

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q}{r^2}.$$

Разликата :

$$E_i = E_1 - E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \frac{Q}{r^2}$$

е всушност тоа поле (E_i) кое е резултат на поларизационите полнежи Q_i што се јавуваат околу наелектризираното тело (слика 4.25).

Бидејќи овие полнежи се рамномерно распределени по топката, може да се запише дека тие создаваат поле E_i кое е:

$$E_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r^2}.$$

Ако двете последни релации за E_i се изедначат, се добива дека:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \frac{Q}{r^2} \Rightarrow Q_i = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} Q.$$

Површинската густина на поларизационите полнежи е :

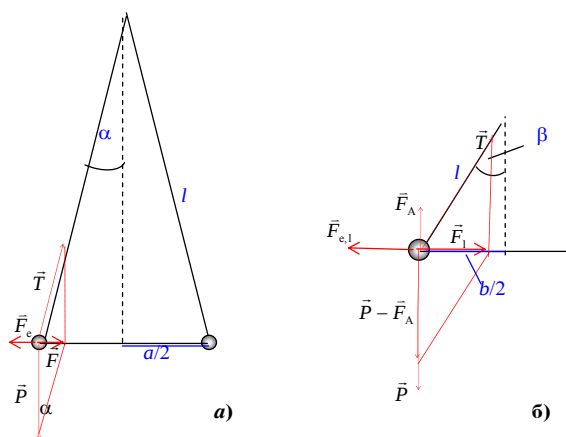
$$\sigma_i = \frac{Q_i}{4\pi R^2} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \frac{Q}{4\pi R^2} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \sigma$$

каде што σ е површинската густина на распределбата на полнежот Q на металната топка.

10. На долги диелектрични конци врзани во една точка висат мали истоимено наелектризирани топчиња (слика 4.26). Полнежите и масата на топчињата се такви што топчињата се наоѓаат во рамнотежа кога растојанието меѓу топчињата е a . (Должината на конците $l \gg a$).

Топчињата потоа се потопуваат во масло со густина $\rho_0 < \rho$, каде што ρ е густина на материјалот од кој се направени топчињата. Диелектрична константа на маслото е ϵ_r . Да се определи растојанието b меѓу топчињата по нивното потопување во маслото.

Решение:



Сл.4.26

Пред потопувањето на топчињата во маслото, на секое од нив дејствуваат: Земјина тежа $\vec{P}$, силата на затегнување $\vec{T}$ и одбивната електростатска сила $\vec{F}_e$. Нивниот векторски збир е еднаков на нула:

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_e = 0$$

или:

$$\vec{F}_e = -(\vec{P} + \vec{T})$$

Од цртежот (сл.4.26а) се гледа дека електростатската сила $\vec{F}_e$ е урамнотежена со резултантата на силите на Земјината тежа $\vec{P}$ и силата на затегнување $\vec{T}$. Таа резултанта е означена со $\vec{F}$. Нејзината големина

$$F = p \tan \alpha ; \quad \tan \alpha = \frac{a/2}{l} \Rightarrow F = mg \frac{a}{2l}.$$

Електростатската сила е:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{a^2},$$

па ќе биде

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{a^2} = mg \frac{a}{2l} = \rho Vg \frac{a}{2l}, \quad (*)$$

каде што V е волумен на едно од топчињата.

По потопување на топчињата на нив, покрај погоре спомнатите сили, ќе дејствува и Архимедовата сила $\vec{F}_A$, насочена обратно од Земјината тежа $\vec{P}$. Условот за рамнотежа тогаш ќе биде:

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{e,1} + \vec{F}_A = 0,$$

при што новата електростатичка сила е со големина:

$$F_{e,1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q^2}{b^2}.$$

Оваа сила е урамнотежена со резултатата F_1 која според сликата 4.26б е:

$$F_1 = (mg - F_A) \tan \beta$$

Па сега ќе биде

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q^2}{b^2} = (\rho Vg - \rho_0 Vg) \frac{b}{2l} \quad (**)$$

Ако се поделат равенките (*) и (**) ќе се добие

$$\frac{\epsilon_r b^2}{a^2} = \frac{\rho}{\rho - \rho_0} \frac{a}{b} \Rightarrow b = a \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho}{(\rho - \rho_0)\epsilon_r}}.$$

4.7. ЕЛЕКТРИЧЕН КАПАЦИТЕТ. КОНДЕНЗАТОРИ

4.7.1. Поим за електричен капацитет

Опитот покажува дека потенцијалот на еден спроводник (на пример електрометар) е пропорционален со донесениот полнеж. Се покажува дека различни спроводници, наелектризирани со еднаков полнеж, имаат различни потенцијали. Затоа за даден осамен спроводник може да се запише:

$$Q = C\varphi \quad (4.20)$$

или

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad (4.21)$$

Физичката величина C , којашто зборува за тоа колкаво количеството електричество е потребно да се донесе или одземе од спроводникот за да се промени неговиот потенцијал за единица, се вика *електричен капацитет на спроводникот*.

Електричниот капацитет зависи од димензиите и формата на телото. Тој не зависи од супстанцијата, агрегатната состојба, од формата и шуплините што телото може да ги има во неговата внатрешност, што е последица на фактот дека полнежите се распоредуваат само на надворешната површина на телото.

Ако за полнежот се земе единицата еден кулон (1 C) а за потенцијалот (напонот во однос на Земјата) еден волт (1V), се добива единицата за капацитет во SI која се вика **фарад (F)**:

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1\text{ C}}{1\text{ V}} = 1\text{ F}$$

Тело на кое треба да се донесе (или одземе) полнеж од еден кулон за да неговиот потенцијал се зголеми (или намали) за еден волт, има електричен капацитет еден фарад. Единицата фарад е многу голема па затоа во практиката се користат: микрофарад ($1\text{ }\mu\text{F} = 10^{-6}\text{ F}$), нанофарад ($1\text{ nF} = 10^{-9}\text{ F}$), пикофарад ($1\text{ pF} = 10^{-12}\text{ F}$).

Ќе определиме колкав капацитет има изолиран спроводник со форма на топка. Познато е дека потенцијалот на површината на наелектризиран сферен спроводник со полнеж Q , кој има радиус R и се наоѓа во вакуум е:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \quad (4.22)$$

Како што покажавме порано, до оваа релација може да се дојде и преку врската помеѓу електричното поле создадено од наелектризираната топка и потенцијалот:

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr} \quad ; \quad E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \varphi = -\int_R^{\infty} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

(Ако топката е поставена во диелектрична средина со релативна диелектрична константа ϵ_r , покажавме дека полето се намалува ϵ_r -пати) Ако релацијата 4.22 ја решиме по потенцијалот φ и ја споредиме со релацијата 4.21, за капацитетот на сфера се добива:

$$\varphi = \frac{Q}{C} \quad \Rightarrow \quad C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R \quad . \quad (4.23)$$

Се гледа дека капацитетот на сферен спроводник е право пропорционален со радиусот.

Ако релацијата (4.23) се реши по ϵ_0 се добива

$$\epsilon_0 = \frac{C}{4\pi\epsilon_r R} \quad . \quad (4.24)$$

Ако се земе предвид дека ϵ_r е бездимензионална величина, тогаш јасно е зошто во SI константата ϵ_0 се искажува во единицата F/m, на што беше уште порано укажано.

Пример задача

Колкав радиус би имал еден сферен спроводник со капацитет од 1F којшто е поставен во вакуум ($\epsilon_r=1$)?

Одговор

Одговорот го наоѓаме со помош на равенката (4.23):

$$R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot 1 = k \cdot 1 = 9 \cdot 10^9 \text{ m} = 9 \cdot 10^6 \text{ km} .$$

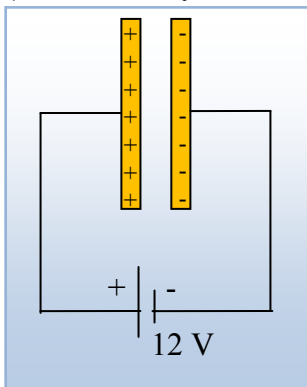
Резултатот што се добие соодветствува на огромна топка со радиус повеќе од 23 пати поголем од растојанието меѓу Земјата и Месечината.

4.7.2. Кондензатори

Кондензаторот е уред кој се состои од два спроводника (облоги) поставени обично близу еден од друг, без да се додирнуваат, и најчесто меѓу нив е поставен некој диелектрик. Облогите обично имаат таква

форма што обезбедува да се одбегне влијанието на надворешните тела врз величините што го карактеризираат уредот. Така, најпознати се плочест кондензатор, каде што две плочи се поставени паралелно на мало меѓусебно растојание, сферен (облогите се две концентрични сфери) или цилиндричен (облогите се два коаксијални цилиндра).

Ќе претпоставиме дека облогите на кондензаторот се поврзани со извор на напон, на пример со батерија (слика 4.27). така поврзаниот кондензатор брзо се електризира(полни). Едната од облогите се електризира позитивно, а другата негативно. Под **електричен капацитет на кондензатор** се подразбира физичка величина што е определена со односот помеѓу полнежот натрупан на едната од облогите на кондензаторот Q и разликата на потенцијалите меѓу двете облоги V (напонот меѓу облогите):



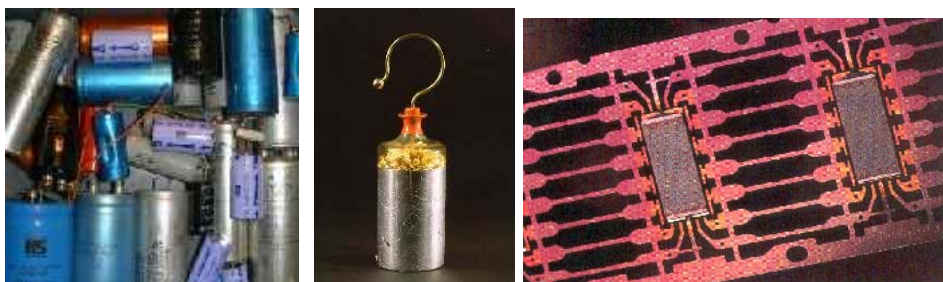
Сл. 4.27

кондензаторот.

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{V} \quad (4.25)$$

Капацитетот на кондензаторите се мери со исти единици како и капацитет на осамено тело. Тој зависи од геометријата на поставеноста на облогите, нивната димензија и диелектричната константа на изолаторот поставен помеѓу облогите.

Освен капацитетот, за секој кондензатор е важна и физичката величина **напон на пробив**, т.е. максималниот напон при кој доаѓа до пробивање на изолаторот и празнење на

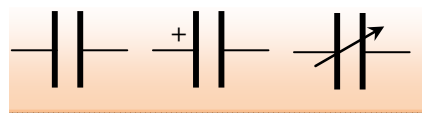


Сл. 4.28. Кондензатори

Во зависност од намената, кондензаторите се прават во повеќе различни форми. (сл. 4.28). За работа со високопроменливи напони се користат керамички цилиндрични кондензатори со многу тенок сид врз кои е нанесени метални облоги. На сликата 4.28 лево се дадени различни кондензатори, во средина е стар тип Лајденска чаша, а на последната

слика десно се интегрални кола во кои има по стотици илјади кондензатори. Посебен вид се т.н. **електролитски кондензатори**. Кај нив улога на диелектрик игра многу тенок филм од алуминиумоксид, па така може да имаат многу голем капацитет (од редот големина од неколку стотици микрофаради), и покрај малите димензии.

Кондензаторите во шемите се означуваат со ознаки како на сликата 4.29.



а) б) в)

Сл. 4.29 а) Кондензатор со постојан капацитет
б) електролитски кондензатор в) кондензатор со променлив капацитет

Пример 1: Капацитет на плочест кондензатор.

Облогите на плочест кондензатор (сл. 4.27) во облик на две паралелни рамнини, секоја со плоштина A , се поставени на меѓусебно растојание d . Помеѓу облогите на двете разноимено наелектризираны рамнини во воздух постои хомогено поле (видете поглавје 3), определено со:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} . \quad (4.26)$$

Ако помеѓу плочите има диелектрик со релативна диелектрична константа ϵ_r , тогаш полето ќе биде дадено со $E = \frac{Q}{\epsilon_r \epsilon_0 A}$. Во овие

равенки, Q е полнежот на едната од плочите. Од овде може да се добие врската помеѓу полнежот и јачината на полето E :

$$Q = \epsilon_r \epsilon_0 A E \quad (4.27)$$

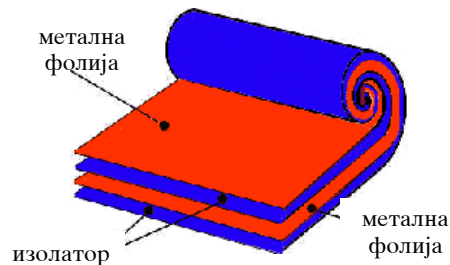
Напонот помеѓу плочите со јачината на полето е поврзан преку релацијата:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow V = E d . \quad (4.28)$$

Ако изразите за Q и V ги внесеме во равенката 4.25, за капацитетот на плочестиот кондензатор ќе се добие релацијата :

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (4.29)$$

Од суштината на формулата следува дека, за да се добие поголем капацитет треба да се има поголема плоштина на површината на облогите, помало меѓусебно растојание, а диелектрикот помеѓу облогите треба да има поголема диелектрична константа. Голема површина се постигнува со виткање на тенки метални фолии помеѓу кои се поставени диелектрични слоеви (пластика или специјална изолаторска хартија), како на сликата 4.30.

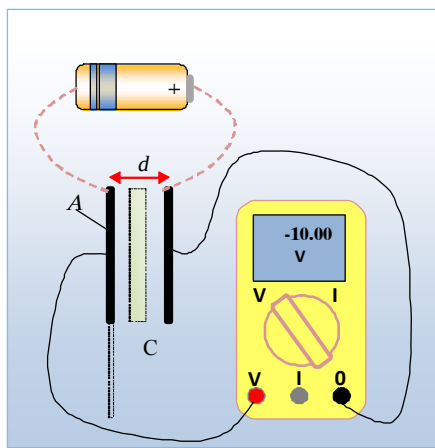


Сл. 4.30. Градба на кондензатор

Зависноста на капацитетот на плочестот кондензатор, која беше дадена со релацијата 4.29, може да се потврди и експериментално.

Експеримент

Дигитален волтметар (или заземјен електрометар) се врзува со плочите на еден плочест кондензатор C (види слика 4.31) а на плочите се донува некое количество електричество (на пример, се поврзува батерија а потоа се отстранува без да се направи електричен контакт со прстите). Тогаш волтметарот ќе покаже некаква вредност на напонот. Потоа, ако постепено го зголемуваме растојанието помеѓу плочите, ќе забележиме дека се зголемува и напонот (значи $V \sim d$). Знаејќи дека капацитетот е обратнопропорционален со напонот ($C \sim 1/V$), тогаш заклучуваме дека капацитетот на кондензаторот е обратнопропорционален со растојанието помеѓу плочите, т.е. $C \sim 1/d$.



Сл. 4.31.

Зависноста на капацитетот од плоштината на плочите на облогите се демонстрира така, што една од плочите се изместува во однос на другата, а сепак тие остануваат на истото меѓусебно растојание и паралелни една во однос на другата. На овој начин се намалува површината на овој кондензатор. Со таквото намалување на плоштината A , се забележува дека се намалува и електричниот капацитет C , што се покажува со растење на напонот, бидејќи отклонот на волтметарот (електрометарот) се зголемил.

Конечно, меѓу кондензаторските плочи се вметнува диелектрик (стаклена или плоча од плексиглас) со диелектрична константа ϵ_r . Волтметарот ќе покаже дека дошло до

намалување на напонот меѓу плочите т.е. до зголемување на капацитетот. До ваквата промена дошло поради зависноста на капацитетот на кондензаторот од диелектричната константа на диелектрикот помеѓу плочите.

Пример 2: Цилиндричен кондензатор

Цилиндричниот кондензатор е направен од два коаксијални цилиндра од кои внатрешниот обично има занемарлив радиус r_1 . Да го пресметаме капацитетот на ваквиот цилиндар под претпоставка дека должината на цилиндрите е многу поголема од разликата на радиусите на двата цилиндра ($l \gg r_2 - r_1$). Кога кондензаторот е набиен, откако бил извесно време приклучен на батерија, облогите имаат разноимени еднакви по големина полнежи $+Q$ и $-Q$. За да го определиме капацитетот на ваквиот кондензатор ќе се послужиме со релацијата 1.16 што ја изведовме за јачината на електричното поле, создадено од долга наелектризирана жица на растојание x . Овде тоа растојание ќе го бележиме со r :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, \text{ од којашто со користење на постапката објаснета во}$$

поглавјето 3 може да се пресмета потенцијалната разлика меѓу облогите, т.е. напонот

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr}; \quad d\varphi = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{dr}{r}.$$

Притоа претпоставивме дека помеѓу облогите на кондензаторот се наоѓа диелектрик со диелектрична константа ϵ_r . Ако последнава релација се интегрира, и уште се земе предвид дека линиската густина на полнежите е $\lambda=Q/l$, ќе се добие:

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} \Rightarrow V = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Ако оваа релација ја споредиме со равенката 4.25, се гледа дека капацитет на еден цилиндричен кондензатор ќе биде:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (4.30)$$

Пример 3: Капацитет на сферен кондензатор

Со слична постапка, за **капацитет на еден сферен кондензатор** се добива:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}, \quad (4.31)$$

каде што r_1 и r_2 се радијусите на сферните облоги, а меѓу облогите на кондензаторот се наоѓа изолатор со диелектрична константа ϵ_r .

4.7.3. Сериска и паралелна врска на кондензатори

Кондензаторите може да бидат поврзани на различни начини. Капацитетот на комбинацијата од различните кондензатори зависи од тоа како се поврзани.

Ако капацитетот на кондензаторите треба да е поголем, се користи паралелна врска на повеќе кондензатори (слика 4.32). При ваквата врска напонот на облогите на сите поединечни кондензатори е ист, па може да се запише:

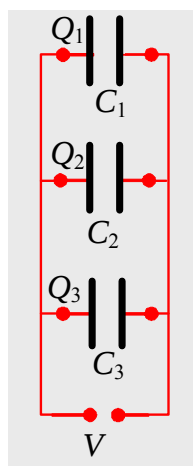
$$V = V_1 = V_2 = V_3 \dots = V_n$$

Сумарниот полнеж на комбинацијата е еднаков на збирот на полнежите на секој поединичен кондензатор Q_i :

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (4.32)$$

Со оглед на тоа што $Q_i = C_i V$, за капацитет на целата врска (понекогаш таквата врска се вика *батерија кондензатори*) се добива

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{V} = \frac{V \sum_{i=1}^n C_i}{V} \Rightarrow C = \sum_{i=1}^n C_i \quad (4.33)$$



Сл. 4.32

Капацитетот на паралелната врска на повеќе кондензатори е еднаква на збирот од капацитетите на секој одделен кондензатор.

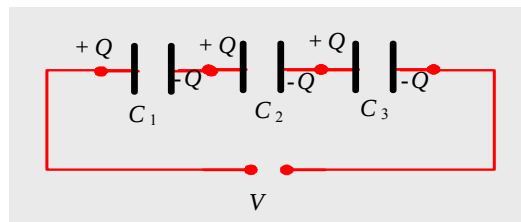
Кај сериската врска на повеќе кондензатори (сл. 4.33), поради сериското поврзување на облогите, за сите кондензатори е ист полнежот на облогите, а напонот на целата врска е еднаков на збирот на напоните на секој од кондензаторите:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (4.34)$$

Со оглед на релациите $C = Q/V$ и $C_i = Q/V_i$ следува $V = Q/C$ и $V_i = Q/C_i$, па со замена во (4.34) се добива:

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n} \Rightarrow \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (4.35)$$

При сериялна врска на кондензаторите капацитетот на целата врска е така определен што неговата реципрочна вредност е еднаква на збирот од реципрочните вредности на капацитетите од отделните кондензатори што ја прават врска.



Сл. 4.33

Кај сериялна врска на повеќе кондензатори се добива капацитет помал и од оној на најмалиот кондензатор во врска.

Пример задача

Определете го капацитетот на кондензаторот на врска дадена на сликата 4.34, ако капацитетот на секој од кондензаторите изнесува C .

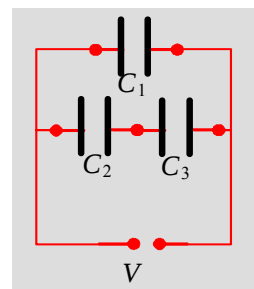
Решение

Капацитетот на врска ќе го добиеме кога најпрво ќе го определиме еквивалентниот капацитет на сериялната врска меѓу вториот и третиот кондензатор (C_{23}), па потоа тој капацитет ќе го собереме со капацитетот на првиот кондензатор, како да се во паралелна врска.

$$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}.$$

Вкупниот капацитет C ќе биде

$$C_{vk} = C_{23} + C_1 = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} + C_1; \quad C_1 = C_2 = C_3 = C \Rightarrow C_{vk} = \frac{3}{2}C$$



Сл. 4.34

4.8. ГУСТИНА НА ЕНЕРГИЈА НА ЕЛЕКТРОСТАТСКО ПОЛЕ

4.8.1. Потенцијална енергија на наелектризирано тело. Енергија на набиен кондензатор

Веќе спомнавме дека секое наелектризирано тело поседува потенцијална енергија. Ако на осамен спроводник со потенцијал ϕ и електричен капацитет C треба полнежот да му се зголеми за некој

бесконечно мал износ dQ , тогаш треба да се изврши работа што е потребна за полнежот dQ од бесконечност да се пренесе на површината на спроводникот. Големината на таа работа е:

$$dW = \phi dQ = C\phi d\phi . \quad (4.36)$$

Ако телото треба да се наелектризира од потенцијал 0 до некој ϕ , тогаш е неопходно е да се изврши работа:

$$W = \int_0^{\phi} C\phi d\phi = \frac{C\phi^2}{2} . \quad (4.37)$$

Оваа работа ја вршат надворешни сили, па така, телото со електричен капацитет C ако се наелектризира до потенцијал ϕ , ќе добие потенцијална енергија $U=W$, која може да биде дадена со различниве варијации на следнава релација:

$$U = \frac{C\phi^2}{2} = \frac{Q\phi}{2} = \frac{Q^2}{2C} . \quad (4.38)$$

И во наелектризиран кондензатор има акумулирана електрична енергија. Таа енергија е еднаква на работата што треба да се изврши за да полнежот од едната облога се пренесе на другата (таа работа ја врши батеријата кога кондензаторот се полни). Колку повеќе се акумулира полнеж на облогите толку е поголема работата за неговото зголемувања. Ако помеѓу облогите постои потенцијалнаа разлика (напон) V , работата за пренос на полнеж dQ ќе биде: $dW = VdQ$, а целата работа за пренос на полнеж Q е:

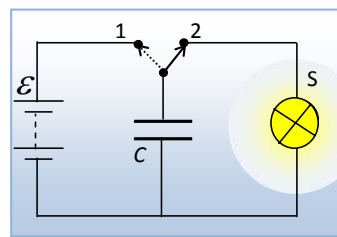
$$W = \int_0^Q VdQ = \frac{1}{C} \int_0^Q QdQ = \frac{Q^2}{2C} . \quad (4.39)$$

Последнава релација е иста со равенката (4.38). Овде под C се подразбира капацитет на кондензаторот, а Q е полнежот на едната од облогите. Јасно е дека оваа работа е еднаква на акумулираната електрична потенцијална енергија U , која може да биде искажана со релацијата дадена со (4.38), само што наместо потенцијал треба да се стави напон V .

$$U = \frac{CV^2}{2} = \frac{QV}{2} = \frac{Q^2}{2C} \quad (4.40)$$

Експеримент

Дека во набиениот кондензатор има акумулирана електрична енергија може да



Сл. 4.35

се покаже со опит скициран на сликата 4.35. Ако прекинувачот се стави во положбата 1, кондензаторот се поврзува со батерија, па тој се набива до напонот на батеријата; при вклучување на кондензаторот на положбата 2, кондензаторот се празни низ светилката S, која засветува. Значи кондензаторот има енергија која овде се претвора во светлина. На овој принцип работи блицот на вашите апарати за снимање.

4.8.2. Густина на енергија на електростатско поле

Покажавме дека кондензаторот поседува потенцијална енергија која е дадена со релацијата (4.40).

Да разгледаме хомогено поле, создадено помеѓу плочите на еден плочаст кондензатор. За него капацитетот C и напонот V се дадени со веќе познатите релации:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} \quad ; \quad V = Ed ,$$

каде што A е плоштината на која било облога, d растојание меѓу нив, а E е големината на јачината на електричното поле меѓу кондензаторските облоги. Ако овие релации се внесат во равенката (4.40), за потенцијалната енергија се добива:

$$U = \frac{CV^2}{2} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d} d^2 E^2}{2} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 E^2}{2} Ad \quad (4.41)$$

Оваа формула ја искажува акумулираната енергија на еден кондензатор преку јачината на полето создадено меѓу облогите. Може релацијата да се чита и поинаку. Имено, може да се каже дека ова потенцијална енергија ја има хомогеното електростатско поле со волумен еднаков на Ad . Под **густина на енергијата се подразбира енергија на единица волумен**, што ќе ја бележиме со Ω . Ако и двете страни од равенството 4.41 го поделеме со волументот, се добива:

$$\Omega = \frac{U}{Ad} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 E^2}{2} . \quad (4.42)$$

Овој резултат е точен само за изотропен и хомоген диелектрик.

Може да се запрашаме, на што се должи енергијата на кондензаторот: на полнежите или на полето? Одговор би можел да даде само опит, а тој е возможно да се изведе само со познавање на променливите

полиња. Таквите опити укажуваат дека **енергијата е сосредоточена во електричното поле.**

Пример задача

Да се определи силата со која полнежот на едната кондензаторска облога од кондензаторот ѝ дејствува врз другата, ако меѓу облогите постои напон V , а двете плочи се со плоштина A . Кондензаторските плочи се наоѓаат во воздух.

Задачата да се реши за граничен случај на многу силно поле со јачина

$E = 30 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ (за оваа вредност на полето при нормални атмосферски услови доаѓа до пробив во воздухот, ако $A=1 \text{ dm}^2$).

Решение:

Знаејќи го изразот за енергија на кондензаторот, дадена со релацијата 4.41, може да се определи механичката сила со која облогите се привлекуваат. За таа цел ќе претпоставиме дека растојанието меѓу плочите е x и се менува за dx . Дејствувачката сила тогаш врши работа $dW=Fdx$, која се врши за сметка на намалување на потенцијалната енергија: $dW=-dU$. Оттука:

$$F = -\frac{dU}{dx}, \quad \text{а според 4.41}$$

$$U = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{E^2}{2} Ax \Rightarrow F = -\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{E^2}{2} A.$$

Ако се заменат бројните вредности, со оглед на тоа што може да се земе дека за воздухот $\varepsilon_r=1$, за силата се добива:

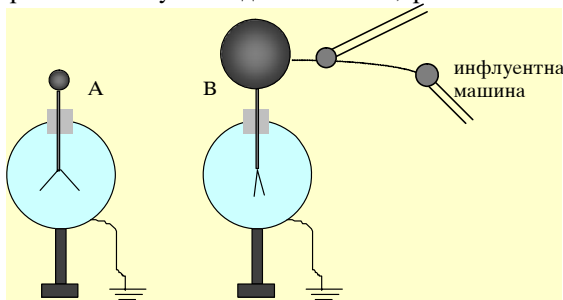
$$F = -\varepsilon_0 \frac{E^2}{2} A = \frac{1}{2} 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \cdot 9 \cdot 10^{12} = 0,4 \text{ N}.$$

Ова е најголемата можна сила што може да се јави на ваков кондензатор. Таа е, како што се гледа мала.

Во најопшт случај може да се земе дека важи правилото дека: **електричните сили што дејствуваат помеѓу наелектризираните тела во мирување се многу мали (во споредба со други видови сили) па најчесто се занемаруваат.**

ПРАШАЊА И ПРОБЛЕМИ

1. *Објаснете го следниот експеримент:* одберете два еднакви електрометра. Потоа, на главите на електрометрите поставуваме две метални, различни по големина, топки (види ја сликата 4.36). Ја електризираме инфлуентната машина и од едниот нејзин пол пренесуваме ист број пати од полнежите со помош на пробалката на двата електрометри А и В. Електрометарот В ни покажува помал отклон. Зошто?



Сл.4.36

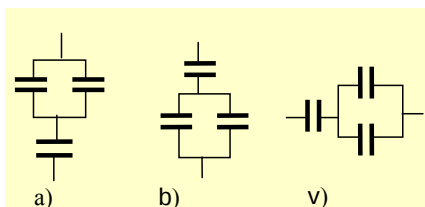
2. Ќе се промени ли однесувањето на електрометарот В, од претходниот опит, ако наместо полна топка В се употреби шуплива со ист радиус ?

3. Ќе се смени ли отклонот во опитот од претходните прашања ако наместо топка од алуминиум се употреби топка од бакар со исти димензии?

4. Ако се погледа равенката со која се определува електричниот капацитет :

$$C = \frac{Q}{U}$$
 се добива впечаток дека електричниот капацитет има само тело што има полнеж. Имајќи го ова предвид како би одговориле на прашањето: *Дали неутрално тело има електричен капацитет?*

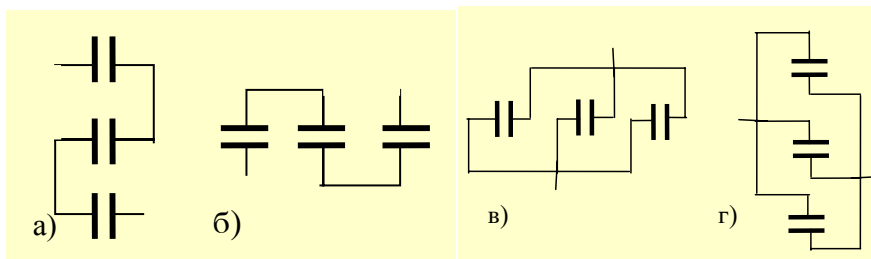
5. Колкав е капацитетот на врска дадена на сликата 4.37 во случајот а) во случајот б) и в) ако секој од кондензаторите има капацитет 1 nF?



Сл. 4.37

6. Како се поврзани кондензаторите од сликата 4.38а, 4.38б, 4.38 в и 4.38г ?

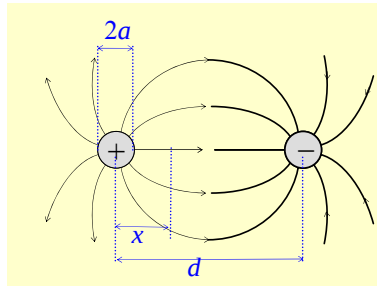
Објаснете го Вашиот одговор.



Сл. 4.38

Пример задачи

7. Определете го капацитетот на двоен спроводник, со жици на меѓурастојание d , која е оддалечена од Земјата и околните тела. Радиусот на секоја од жиците е a , кое е многу помало од нивното меѓурастојание (слика 4.39).



Сл. 4.39

Решение:

Ако е $d \gg a$ тогаш може да се смета дека двата цилиндра се рамномерно наелектризирани и јачината на полето, создадено од секој од цилиндрите се определува со релацијата:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{\lambda}{x},$$

каде што λ е линиската густина на полнежот, а x е растојанието од дадената жица до точката во која се бара полето. Бидејќи потенцијалната разлика во електростатското поле не зависи од формата на патната линија, тогаш за нејзино пресметување ќе ја одбереме наједноставната патна линија- правата што ги спојува жиците. Јачината на полето на оваа права, во која и да било точка определена со координата x во овој случај е :

$$\frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{\lambda}{x},$$

а потенцијалната разлика, односно напонот меѓу двете жици е:

$$V = \int_a^{d-a} E dx = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int_a^{d-a} \frac{dx}{x} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int_a^{d-a} \frac{dx}{d-x} = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{d-a}{a}$$

или за $d \gg a$

$$V \approx \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{d}{a}.$$

Електричниот капацитет (C_l) на двојниот спроводник на секој метар должински е:

$$C_l = \frac{\lambda}{V} = \frac{\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln \frac{d}{a}}.$$

8. Пресметајте колкав е електричниот капацитет на плочест кондензатор чии што плочи имаат димензии $(20 \times 3) \text{ cm}^2$, а се одвоени со воздушен слој со дебелина $d=1 \text{ mm}$.

Ако кондензаторот се спои со извор на е.м.с од 12 V колкав полнеж се наоѓа на секоја од плочите.

Решение:

Плоштината на плочите е $A = (0,20 \times 0,03) = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.

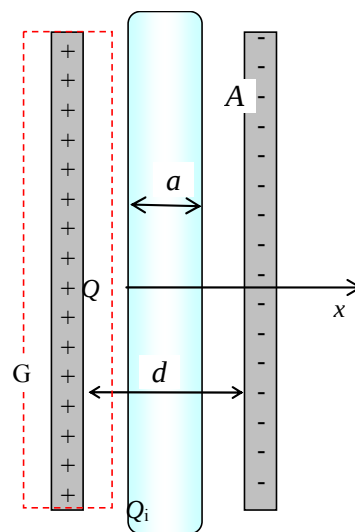
$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{6,0 \cdot 10^{-3}}{0,001} = 53 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 53 \text{ pF}.$$

Полнежот $Q = CV = 53 \cdot 10^{-12} \cdot 12 = 6,4 \cdot 10^{-10} \text{ C}$

9. На сликата 4.40 е прикажана плочка од диелектрик со дебелина $a = 0,5 \text{ cm}$ и $\varepsilon_r = 7$, поставена помеѓу облогите на даден плочест кондензатор. Растојанието меѓу плочите е $d=1 \text{ cm}$, а нивната плоштина $A = 100 \text{ cm}^2$. На облогите е приклучен напон $V_0 = 100 \text{ V}$ пред да биде внесена плочката со дебелина a . Потоа напонот е исклучен, па е внесена диелектричната плочка.

Да се определи следново:

- Капацитетот на кондензаторот пред да се внесе диелектричната плочка.
- Слободните полнежи Q .
- Врзаните полнежи Q_i .
- Јачината на електричното поле E_0 меѓу облогите и плочката.
- Јачината на полето во диелектрикот.
- Напонот помеѓу облогите по внесувањето на плочката
- Електричниот капацитет по внесувањето на плочката.
- Напонот и електричниот капацитет кога плочата би го исполнила сиот простор помеѓу облогите.



Сл.4.40

Решение:

а)

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{0,01}{0,01} = 8,85 \text{ pF}$$

б)

$$Q = C_0 V_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 100 = 8,85 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

в)

$$Q_i = \sigma_i A; \quad \sigma_i = P; \quad P = \chi_e \varepsilon_0 E; \quad P = (\varepsilon_r - 1) \varepsilon_0 \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \varepsilon_0 \frac{V_0}{d}$$

$$Q_i = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \varepsilon_0 \frac{V_0 A}{d} = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) Q = 8,85 \cdot 10^{-10} \left(1 - \frac{1}{7}\right) = 7,59 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

г) За Гаусовата површина G (означена на сликата 4.40 со црвена испрекината линија) е:

$$\oint_A \vec{E}_0 \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}; \Rightarrow E_0 A = \frac{Q}{\varepsilon_0}; \quad E_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} = \frac{C_0 V_0}{\varepsilon_0 A} = \frac{\varepsilon_0 A}{\varepsilon_0 A d} = \frac{V_0}{d} = 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

д) $E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{1}{7} 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

е)
$$\varphi_1 - \varphi_2 = - \int_0^x E dx = - \int_0^{\frac{d-a}{2}} E_0 dx - \int_{\frac{d-a}{2}}^{\frac{d-a}{2}+a} E dx - \int_{\frac{d-a}{2}+a}^d E_0 dx$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (a - d) E_0 - a E$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = V = a E + (d - a) E_0 = 0,143 \cdot 10^4 \cdot 0,005 + 1 \cdot 10^4 \cdot 0,005 = 57,2 \text{ V}$$

ж)
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{8,85 \cdot 10^{-10}}{57,2} = 15,5 \text{ pF}$$

з)

$$V = \frac{V_0}{\varepsilon_r} = \frac{100}{7} = 14,3 \text{ V}$$

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d} = \varepsilon_r C_0 = 7 \cdot 8,85 = 61,95 \text{ pF}$$

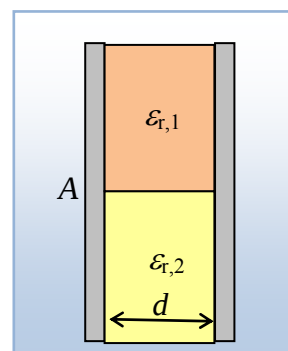
10. Определете го капацитетот на плочест кондензатор од сликата 4.41 кај кого просторот помеѓу обложите е исполнет со диелектрици, но така да 1/2 од просторот има диелектрична константа $\varepsilon_{r,1}$ а другата половина со диелектрична константа $\varepsilon_{r,2}$.

Решение:

Дадениот кондензатор може да се смета како батерија од два паралелно споеди кондензатора со капацитети

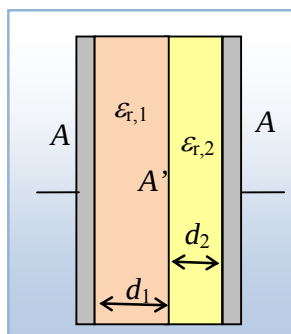
$$C_1 = \varepsilon_{r,1} \varepsilon_0 \frac{A}{2d} \quad \text{и} \quad C_2 = \varepsilon_{r,2} \varepsilon_0 \frac{A}{2d}$$

вкупниот капацитет C е:



Сл. 4.41

$$C = C_1 + C_2 = (\varepsilon_{r,1} + \varepsilon_{r,2}) \varepsilon_0 \frac{A}{2d}.$$



Сл. 4.42

11. Определете го капацитетот на кондензаторот што има два диелектрика, со диелектрични константи $\varepsilon_{r,1}$ и $\varepsilon_{r,2}$ така што граничната површина меѓу нив е паралелна на површината на плочите и се наоѓа на растојанија d_1 и d_2 од плочите (слика 4.42).

Решение:

Очигледно е дека силовите линии на јачината на електричното поле $\vec{E}$ се нормални на површините A како и на граничната површина A' меѓу нив. Тоа значи дека A' претставува една екипотенцијална рамнина. Се покажува дека ако некоја

екипотенцијална површина се замени со тенок спроводник со иста форма каква што е екипотенцијалната површина, полето нема да се промени. Значи површината A' може да ја замислиме како тенка фолија, па тогаш системот претставува батерија на два сериски поврзани кондензатора чиј еквивалентен капацитет C е определен со:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Бидејќи

$$C_1 = \varepsilon_{r,1} \varepsilon_0 \frac{A}{d_1} \quad \text{и} \quad C_2 = \varepsilon_{r,2} \varepsilon_0 \frac{A}{d_2} \Rightarrow C = \frac{\varepsilon_{r,1} \varepsilon_{r,2} \varepsilon_0 A}{d_2 \varepsilon_{r,1} + d_1 \varepsilon_{r,2}}$$

12. Да се определи потенцијалната енергија на една наелектризирана спроводничка топка со радиус $R = 1$ m што се наоѓа во диелектрична средина со диелектрична константа $\varepsilon_r = 2$, ако полнежот на плочите е $Q = 2 \cdot 10^{-8}$ C.

Решение:

Потенцијалната енергија е:

$$U = \frac{1}{2} C \varphi^2$$

а бидејќи

$$C = 4\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 R \quad \text{а} \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 R}$$

$$U = \frac{4\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 R}{2} \left[\frac{Q}{4\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 R} \right]^2 = \frac{Q^2}{8\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 R} = \frac{4 \cdot 10^{-16} \cdot 9 \cdot 10^9}{8 \cdot 3,14 \cdot 2} = 9 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

12. Диелектрик со диелектрична константа ϵ_r го исполнува просторот меѓу плочите на плочест кондензатор со плоштина на плочите A и нивно меѓурастојание d . Кондензаторот е на напон V , а потоа исклучен од изворот (така што полнежот Q на облогите не се менува), па потоа диелектрикот постепено се отстранува од кондензаторот. Колкава работа се извршила притоа? Објаснете зошто е потребно да се изврши работа.

Решение:

Енергијата на кондензаторот кога е на напон $V=V_1$ е:

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2$$

при што капацитетот на кондензаторот е

$$C_1 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

По отстранувањето на диелектрикот капацитетот ќе се промени и ќе биде:

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{C_1}{\epsilon_r},$$

па сега напонот е ϵ_r пати поголем. Имено, $V=Ed$; а полето е дадено со :

$$E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \text{ за разлика од почетното поле } E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0} \text{ па и напонот по}$$

отстранувањето $V_2 = \epsilon_r V_1$.

Потенцијалната енергија по отстранување на диелектрикот U_2 е:

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} \frac{C_1}{\epsilon_r} (\epsilon_r V_1)^2 = \epsilon_r U_1.$$

Како што се гледа таа се зголемила. За да дојде до зголемување на енергијата треба да се изврши работа:

$$\Delta A = U_2 - U_1 = (\epsilon_r - 1) \frac{1}{2} C_1 V_1^2.$$