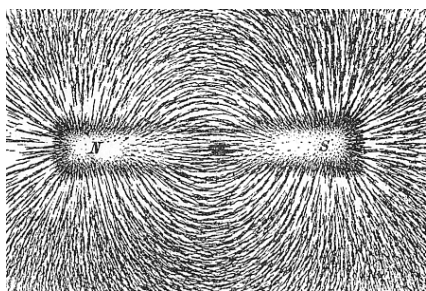


11. ВРТЛОЖЕН КАРАКТЕР НА МАГНЕТНОТО ПОЛЕ

11.1. МАГНЕТНИ СИЛОВИ ЛИНИИ

Покажавме и во воведот и подоцна дека магнетното поле може да се прикаже со помош на силиви линии. Магнетна силова линија, или линија на векторот на магнетната индукција ($\vec{B}$) е геометриско место на точки (линија) чија тангента во секоја точка се поклопува со правецот и насоката на магнетната индукција.

Тоа значи дека низ секоја точка во просторот во кој постои магнетно поле може да се повлече магнетна силова линија. Бидејќи, векторот на магнетната индукција ($\vec{B}$), како и секој друг вектор е целосно определена, со големината, правецот и насоката на векторот, во секоја точка од даденото поле, тогаш тие се еднозначни. Тоа значи дека, магнетните силиви линии, исто како и електричните, *не се сечат*.



Силовии линии

Аналогно на електричните силиви линии и магнетните, **по договор**, се цртаат со толкава густина, што соодветствува на бројот на линиите кои пронижуваат нормална површина со единица плоштина, и притоа е еднаков (или пропорционален) со модулот на векторот на магнетната индукција $\vec{B}$.

Ние уште претходно укажувавме на тој факт, што може да се види на сликите за силиви линии на постојаните магнети (слика 10.1) или кај правот спроводник (слика 10.22) и соленоидот (слика 10.26). види. Од сликите можеше јасно да се види дека таму каде што полето е посилно, магнетните силиви линии се погустии и обратно.

Магнетните силиви линии кај соленоидот во неговата внатрешност се паралелни, еднакво густии, што укажува на тоа дека таму полето е **хомогено**, па во сите точки е иста и насоката и правецот и големината на векторот $\vec{B}$.

Сите погоре илустрирани примери на полиња покажуваат уште еден многу важен факт. **Магнетните силиви линии се затворени линии**. Полиња кај кои магнетните силиви линии се затворени се викаат **вртложни (виорни) полиња**. Магнетното поле е такво поле. Тоа е една од основните разлики помеѓу електричното и магнетното поле. Видовме

во електростатиката, дека таму силовите линии се отворени, т.е. тие започнуваат и завршуваат таму каде што постојат електрични полнежи. Магнетните силиви линии немаат ни почеток ни крај. Во природата не постојат магнетни полнежи кои би биле извори на магнетните силиви линии.

Магнетното поле на временски константните струи во вакуум зависи од геометријата на струјните спроводници и од јачината на струјата што тече низ нив. Општо земено, магнетните полиња може да бидат многу сложени. Така, и магнетните силиви линии може во општ случај да имаат сложена форма. Но, сепак, сите тие форми се затворени криви.

Напомнуваме, дека треба да се има на ум дека *магнетните силиви линии ја имаат само геометриска визуелизација за полегло. Инаку тие немаат никакви реални физички својства.*

11.2. АМПЕРОВ ЗАКОН ЗА ЦИРКУЛАЦИЈА НА МАГНЕТНАТА ИНДУКЦИЈА

Иако во општ случај, магнетните полиња што се создадени од спроводници низ кои тече постојана струја може да бидат многу сложени, за сите нив важи еден единствен интегрален закон, познат под називот Амперов закон за циркулација на магнетната индукција. Во случајот на магнетните полиња во вакуум (или во средини кои се хомогени и изотропни во поглед на магнетните својства), овој закон претставува основна интегрална врска помеѓу струјата и магнетното поле што таа го создава. Тој закон може поедноставно да се поврзува со експериментите, па затоа многу често се смета за побазичен од Био-Савар-Лапласовиот закон, или законот за заемнодејството на елементите на струја.

Меѓутоа, во овој курс, ние до тој закон ќе дојдеме врз база на резултатите добиени со Био-Саваровиот закон.

Најпрво, да се потсетиме на нешто од електростатиката. Таму, покажавме, дека за пренос на полнеж Q_0 од една точка во друга работата што се врши не зависи од патната линија по која се врши преносот, па како резултат на тоа, линискиот интеграл на јачината на електричното поле при поместувањето на полнежот од точката 1 во точката 2 е еднаков само на разликата во потенцијалите меѓу тие две точки (поглавје 3.1):

$$V = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_L \vec{E} d\vec{s}, \quad (11.1)$$

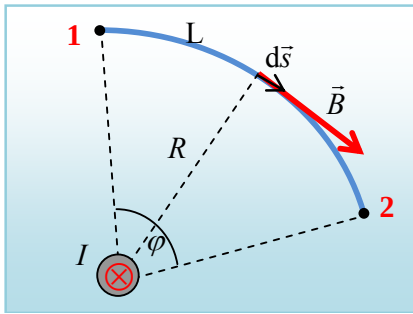
при што интеграцијата се врши по која и да било линија L . Како последица на тоа, циркулацијата на векторот на електричната индукција по затворена крива беше даден со релацијата 3.7:

$$\oint_L E_s ds = 0 \quad (11.2)$$

Да видиме дали истиве резултати ќе важат и за векторот на магнетната индукција $\vec{B}$?

Да го пресметаме линискиот интеграл за векторот на магнетната индукција $\vec{B}$ во полето на еден прав спроводник, чијашто струја тече од нас према внатре (Слика 11.1) т.е. по линијата L, која се поклопува со силовата линија на магнетното поле. Значи, по должината на патеката L, т.е. од положба 1 до положба 2, полето е константно, па величината $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ може да излезе пред интегралот.

$$\int_L \vec{B} d\vec{s} = \int_L B_s ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \int_L ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} s \quad (11.3)$$



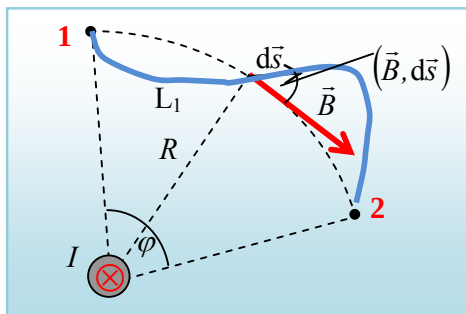
Сл. 11.1

Тука сме го искористиле изразот за магнетната индукција кај прав спроводник, и фактот дека магнетната индукција се поклопува со линијата L, т.е. $\cos(\vec{B}, d\vec{s}) = 1$.

Ако се има предвид дека односот s/R е всушност аголот φ , тогаш изразот (11.3) поминува во:

$$\int_L B_s ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \varphi \quad (11.4)$$

Тука со B_s е означена проекцијата на векторот на магнетната индукција врз правата на која лежи векторот на магнетната индукција. Сега да се обидеме да го најдеме истиов линиски интеграл ако интеграцијата се прави по должината на некоја произволна крива линија којашто не се поклопува со магнетната силова линија (види слика 11.2)



Сл. 11.2

Во тој случај ќе биде:

$$\vec{B} d\vec{s} = B ds \cos(\vec{B}, d\vec{s}) \quad (11.5)$$

кадешто $ds \cos(\vec{B}, d\vec{s})$ е проекција на поместивањето $d\vec{s}$ од контурата L врз силовата линија, па може да се запише:

$$\frac{ds \cos(\vec{B}, d\vec{s})}{R} = d\varphi \quad (11.6)$$

па линискиот интеграл долж оваа

линија L_1 ќе стане:

$$\int_{L_1} \vec{B} d\vec{s} = \int_{L_1} B_s ds = \int_{L_1} B \cdot ds \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{s}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\varphi d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \varphi \quad (11.7)$$

Останува уште да се разгледа најопштиот случај на премин од положба 1 во положба 2 преку контура која не лежи во рамнина нормална на спроводникот низ кој тече струја. За таа задача ќе ни помогне цртежот од сликата 11.3.

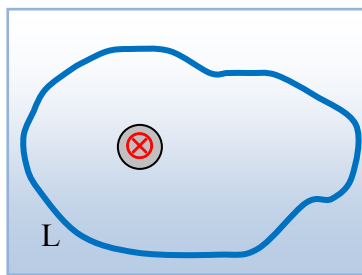
Во најопшт случај, секој елемент на контура $d\vec{s}$ може да се разложи на две компоненти, и тоа: $d\vec{s}_1$ - компонента која е паралелна со спроводникот низ кој тече струја и компонента $d\vec{s}_2$ која лежи во рамнината нормална на спроводникот низ кој тече струја.

Компонентата $d\vec{s}_1$ е нормална на магнетната индукција $\vec{B}$ па $\cos(\vec{B}, d\vec{s}_1) = 0$, односно $\vec{B} d\vec{s}_1 = B ds_1 \cos(\vec{B}, d\vec{s}_1) = 0$. Тоа значи дека ова компонента не придонесува во пресметките за вкупната магнетна индукција, а се зема предвид само придонесот од компонентата $d\vec{s}_2$ која лежи нормално на спроводникот.

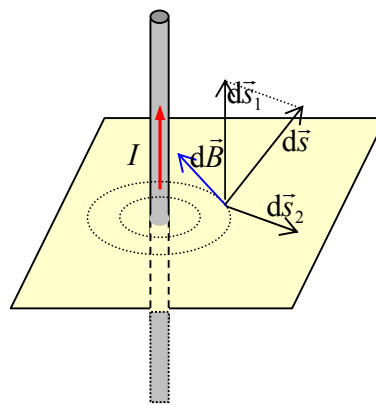
Можеме да заклучиме дека за

линискиот интеграл $\int_L B_s ds$ по произволна

просторна контура L се добива ист резултат како што би се добил ако се интегрираше по должината на проекцијата на контурата L врз рамнината нормална на спроводникот.



Сл. 11.4



Сл. 11.3

Сега да го разгледаме најопштиот случај, кога контурата е затворена и го зафаќа спроводникот низ кој тече струјата (слика 11.4).

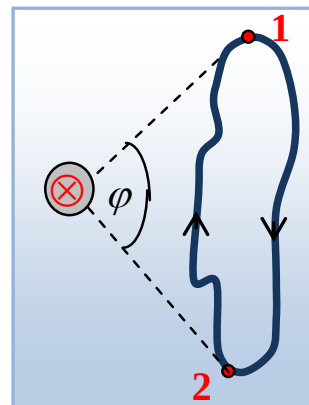
Тогаш во резултатот $\int_L B_s ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \varphi$, треба да се земе дека $\varphi = 2\pi$, па се добива:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{s} = \oint_L B_s ds = \mu_0 I \quad (11.8)$$

каде што крукчето во интегралот означува дека станува збор за интеграција по затворена крива линија, во чија што внатрешност се наоѓа спроводник со струја.

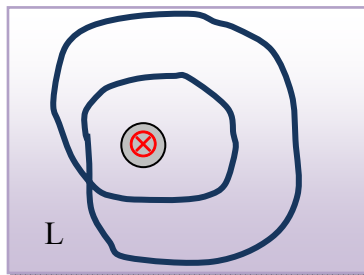
Овој интеграл ја претставува циркулација на магнетната индукција и го искажува Амперовиот закон. За релацијата 11.8 важи правилото на десниот винт, па ако при интеграцијата опходувањето се прави во насока на вртењето на винтот, тогаш полето што е создадено од спроводник низ кој тече струја е во насока на одот на винтот.

Ако линијата на интегрирањето не го опфаќа струјниот спроводник (види слика 11.5), тогаш при опходувањето од точка 1 до 2 аголот φ има еден знак, а при опходувањето од 2 кон 1, аголот е со спротивен знак. Затоа и линискиот интеграл:



Сл.11.5

$$\oint_L B_s ds = 0 \quad (11.9)$$



Сл.11.6

Сега да земеме дека при опходувањето, затворената линија го обвива спроводникот со струја не еднаш, туку повеќе (n) пати (во примерот од сликата 11. 6, два пати) тогаш Амперовата теорема за циркулација на магнетната индукција е пропорционална на n пати поголем агол φ , т.е. во примерот од сликата излегува 2 пати поголема:

$$\oint_L B_s ds = n\mu_0 I \quad (11.10)$$

Формулата (11.7), односно (11.10) одразуваат едно од најважните својства на магнетното поле. Се покажува дека овие релации важат не само за случај на магнетно поле на прав спроводник, туку за какво и да било **временски постојано поле** што е произведено од произволно ориентиран спроводник низ кој тече струја.

Овој закон, често се вика теорема, може лесно да послужи за определување на големината на магнетната индукција во некои случаи кога интегралот може да се реши. Ќе посочиме некои примери за тоа.

Но, пред да поминеме на илустрацијата на примерите за примена на Амперовата теорема за циркулација, ќе дадеме поопшта форма на теоремата.

11.2.1. Амперов закон за циркулација во диференцијална форма

Покажавме дека циркулацијата на векторот на магнетната индукција околу спроводникот низ кој тече струјата што го создава полето не е еднаков на нула. Тоа покажува дека **магнетното поле не е конзервативно**. Во изразите (11.7) струјата I е всушност струјата што е опфатена со контурата L . Ако контурата опфаќа неколку различни (n) спроводници тогаш теоремата за циркулацијата ќе биде:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i \quad (11.11)$$

при што овде станува збор за алгебарска сума на струите. Имено, ако за обикнувањето на контурата и соодветната струја важи правилото на десниот винт, тогаш струјата ја сметаме за позитивна, ако тоа не е исполнето, таа е негативна.

Кога контурата L опфаќа струи со различна густина (j), за јачината на струјата треба да се земе познатиот од порано израз:

$$I = \int_A \vec{j} d\vec{A} \quad (11.12)$$

при што во овој случај под A ја подразбираме површината опфатена со контурата на опходувањето.

Ова значи дека Амперовиот закон за циркулација на магнетната индукција во поопшта форма се запишува како:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 \int_A \vec{j} d\vec{A} \quad (11.13)$$

Сопред ова, Амперовиот закон кажува дека линискиот интеграл на магнетната индукција по било каква затворена контура е еднаков на производот од магнетната константа и вкупната струја која поминува низ површината ограничена со таа затворена контура.

Амперовиот закон претставува најопшта врска помеѓу стационарните струи и нивните магнетни полиња во вакуум.

Треба да се напомене дека изразот за циркулација на векторот на магнетната индукција 11.13 важи само во вакуум. Во материјална средина, векторот $\vec{B}$ ја менува својата големина, па таму оваа форма на законот не важи.

Во релацијата 11.13, од левата страна имаме линиски интеграл, а од десната површински интеграл. Во векторска анализа со помош на Стоксова релација се покажува дека линиски интеграл може да се претстави преку површинскиот интеграл:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{s} = \int_A (\nabla \times \vec{B}) d\vec{A} = \int_A \text{rot} \vec{B} d\vec{A} \quad (11.14)$$

Во последнава релација извршивме промена на линиски интеграл во површински со воведување на векторот $\text{rot}\vec{B} = \nabla \times \vec{B}$, кој ги има следниве компоненти:

$$(\text{rot}\vec{B})_x = \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}; \quad (\text{rot}\vec{B})_y = \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x}; \quad (\text{rot}\vec{B})_z = \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \quad (11.15)$$

Ако линискиот интеграл во 11.13 се претвори во површински со помош на 11.14, тогаш се добива:

$$\int_A \text{rot}\vec{B} d\vec{A} = \mu_0 \int_A \vec{j} d\vec{A} \quad (11.15)$$

Бидејќи ова треба да биде исполнето за било која површина, значи дека подинтегралните функции треба да се еднакви:

$$\text{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (11.16)$$

Ротацијата на векторот на магнетната индукција е еднаква на производот од густината на струјата и магнетната константа.

Сега да се потсетиме на поглавјето 3 од овој курс во кое покажавме дека циркулацијата на векторот на јачината на електричното поле е еднаква на нула :

$$\oint_L \vec{E}_s ds = 0 \quad (11.17)$$

Ако и на овој линиски интеграл се примени Стоксовата теорема ќе се добие дека:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{s} = \int_A \text{rot}\vec{E} d\vec{A} = 0 \Rightarrow \text{rot}\vec{E} = 0 \quad (11.18)$$

Бидејќи ротацијата на јачината на електричното поле е еднаква на нула, полето е конзервативно, што не е случај кај магнетното поле.

Постои уште една важна карактеристика според која овие два вида полиња се разликуваат, за тоа ќе стане збор подоцна во овој курс.

11.2.2. Вектор на јачината на магнетното поле ($\vec{H}$)

Магнетното поле понекогаш се прикажува и со еден друг вектор, кој се вика **јачина на магнетното поле** и се бележи со $\vec{H}$. Помеѓу векторот на магнетната индукција во вакуум и векторот на јачината на магнетното поле постои следнава врска:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (11.19)$$

Одкаде е јасно дека овие два вектора не се искажуваат во исти единици. Јачината на магнетното поле во SI се искажува во единицата ампер врз метар A/m. (Ќе појасниме подоцна зошто)

Сега може да се искаже Амперовиот закон преку векторот $\vec{H}$:

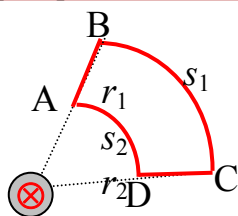
$$\oint_L \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 \int_A \vec{j} d\vec{A} ; \quad \oint_L \mu_0 \vec{H} d\vec{s} = \mu_0 \int_A \vec{j} d\vec{A} \Rightarrow \oint_L \vec{H} d\vec{s} = \int_A \vec{j} d\vec{A} \quad (11.20)$$

што во диференцијална форма дава:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} \quad (11.21)$$

Ќе покажеме подоцна дека релациите (11.20) и (11.21) важат поопшто, не само во вакуум.

Пример задача



Сл. 11.7

Определете ја циркулацијата на векторот на магнетната индукција долж една затворена контура ABCD, дадена на сликата 11.7. Котурата е поставена нормално на спроводникот низ кој тече струја.

Решение

Бидејќи нема ниту една струја што ја сече површината опфатена со контурата ABCDA, тогаш по должината на лациите AB и CD векторот $\vec{B} \perp d\vec{s}$, па косинусот на аголот меѓу нив е рамен на нула. Различни од нула остануваат само придонесите од деловите BC и DA. За нив векторите $\vec{B}_1 \parallel \vec{s}_1$; $\vec{B}_2 \parallel \vec{s}_2$, па бидејќи

$$\int_B^C B_1 ds = \frac{\mu_0 I s_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \varphi \quad \text{а} \quad \int_D^A B_2 ds = -\frac{\mu_0 I s_2}{2\pi r_2} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \varphi \quad \text{тогаш целиот збир ќе биде еднаков на нула.}$$

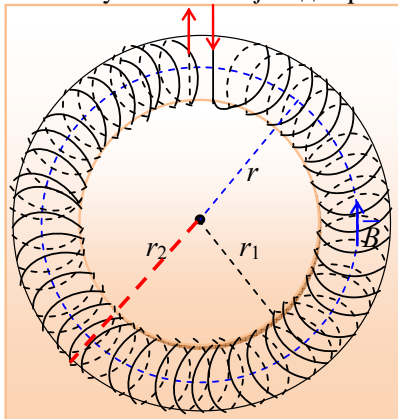
$$\oint_{ABCD A} \vec{B} d\vec{s} = 0$$

11.3. ПРИМЕРИ ЗА ПРИМЕНА НА ТЕОРЕМАТА ЗА ЦИРКУЛАЦИЈАТА НА МАГНЕТНАТА ИНДУКЦИЈА

Како што во електростатика со помош на Гаусовата теорема можеше да се определат големините на некои електростатски полиња, тука тоа ќе ни го овозможува Амперовата теорема за циркулација на магнетната индукција.

Пример 1: Поле на тороидален калем

На сликата 11.8 е даден еден тороидален калем. Ја бараме магнетната индукција во точките што лежат на кружницата со радиус r во внатрешноста на калемот и центарот на торусот (во точката O). Од симетријата на задачата е јасно дека на сите точки на оваа кружница магнетната индукција ќе има иста големина. Затоа за линија на обиколување L ќе ја одбереме токму таа кружница.



Сл. 11.8

Циркулацијата на магнетната индукција за оваа кружница, бидејќи кај неа векторите $\vec{B}$ и $d\vec{s}$ се колинеарни е:

$$B \cdot 2\pi r$$

Оваа кружница ги опфаќа сите навивки на тороидалниот калем. Ако нивниот број е N , а јачината на струјата што тече I , тогаш контурата опфаќа струја NI , па според Амперовата теорема за циркулација на магнетната индукција ќе биде:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NI}{r} \quad (11.22)$$

Полето во внатрешноста на калемот зависи од радиусот r , и е најјако на внатрешната страна $B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NI}{r_1}$, а најслабо на надворешната

страна $B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NI}{r_2}$.

Релативната промена на полето во внатрешноста на торусот е дадена со односот:

$$\frac{B_1 - B_2}{B_1} = \frac{r_2 - r_1}{r_2} \quad (11.23)$$

Пример 2: Соленоид

Преку резултатот (11.23) може да се дојде и до полето во внатрешноста на еден соленоид.

Претпоставуваме дека торусот го исправуваме, па на тој начин правиме r_2 да се доближува до r_1 , односно радиусот r да станува сè поголем. Тогаш тороидален калем поминува во соленоид, па важи:

$$r_2 \approx r_1 \quad \frac{r_2 - r_1}{r_2} \rightarrow 0 \quad (11.24)$$

Поле то станува хомогено, а до равенката за поле то на соленоидот се доаѓа преку резултатот (11.22), при што се зема дека $2r\pi \rightarrow L$, каде што L е должината на соленоидот. Со таквата замена се добива:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NI}{r} = \mu_0 \frac{NI}{L} = \mu_0 nI \quad (11.25)$$

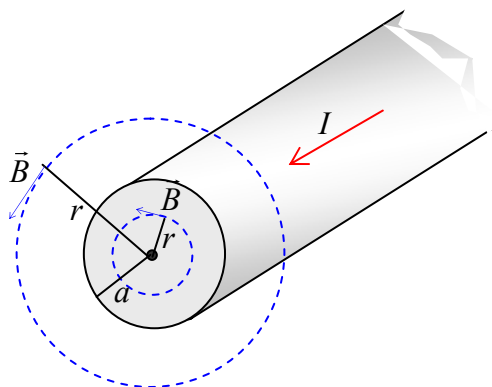
каде што со n ја означивме густината на мотање на калемот (бројот на навивки на единица должина N/L).

Ако се спореди оваа постапка за определувањето на поле то на соленоидот со таа опишана во поглавјето 10.4.3 може да се види колку е оваа поедноставна.

Хомогеното поле на соленоидот има многу широка примена во науката и техниката.

Пример 3: Прав спроводник

Да земеме дека по долг праволиниски спроводник со радиус a тече постојана струја со јачина I . Да ја определиме магнетната индукција, како надвор од спроводникот, така и во неговата внатрешност.



Сл. 11. 9

Симетријата на спроводникот е таква што тој може да се претстави како долг прав цилиндар. Магнетната индукција на цилиндарот ќе биде еднаква по големина во сите точки кои се наоѓаат на исто растојание од оската на цилиндарот. Исто така, може да се претпостави дека векторот на магнетната индукција е со правец и насока на кружницата

опишана околу спроводникот. За да го определиме поле то надвор од спроводникот ја одбираме кружницата со радиус $r > a$. Тогаш, за циркулацијата на векторот на магнетната индукција по кружницата со радиус r се добива:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{s} = B \cdot 2\pi r$$

а според теоремата $\oint_L \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 I$, па се добива дека $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$, откаде за B се добива:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \quad (11.26)$$

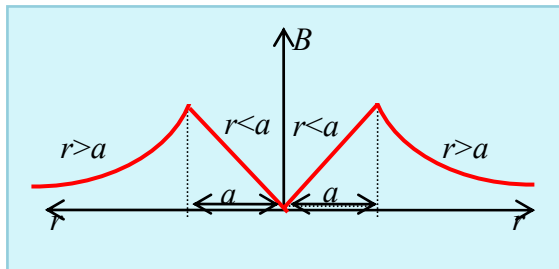
што е резултат, нам познат од понапред.

Задачата сега ќе ја решиме и за $r < a$, и таму магнетната индукција за сите точки што лежат на еднакво растојание од оската на цилиндричниот спроводник е иста. Ова ќе важи и за кружницата што е нацртана на сликата.

Овојпат како котура ја избираме таа кружница па $\oint_L \vec{B} d\vec{s} = B \cdot 2\pi r$.

Според теоремата, циркулацијата на магнетната индукција е пропорционална на струјата што тече во внатрешноста на контурата со која се заобикојува. Доколку густината на струјата (j) е константна, тогаш струјата може да се пресмета како jA , каде што j е густината на струјата а A плоштината на напречниот пресек $r^2\pi$. Од друга страна, пак, густината на струјата може да се определи од односот меѓу јачината на струјата што тече низ спроводникот и плоштината на пресекот на целиот спроводникот $a^2\pi$, т.е. $j = \frac{I}{a^2\pi}$. Оттука се добива дека

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 jA \quad ; \quad A = r^2\pi \quad ; \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2a^2\pi} r \quad (11.27)$$



Сл. 11,10

Ако графички ја претставиме зависноста на магнетната индукција од растојанието од центарот на жицата, се добива графикот даден на сликата 11.10.

Во внатрешноста на спроводникот магнетната индукција расте со растојанието линеарно, а надвор од него

опаѓа според хиперболичен закон.

Овде преку законот (11.26), ќе објасниме зошто единицата за јачината на магнетното поле е А/м. Имајќи предвид дека во вакуум важи дека :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \text{т.е.} \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad \text{тогаш за прав спроводник}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{I}{2\pi r} \quad (11.28)$$

Според оваа релација се дефинира и единицата за јачината на магнетното поле, како јачина еднаква на таа што ја дава еден долг праволиниски спроводник низ кој тече струја од 1 ампер, на растојание од него еднакво на $1/2\pi$ метра.

11.4. АМПЕРОВ ЗАКОН ЗА СИЛА ПОМЕЃУ ДВА ПАРАЛЕЛНИ СПРОВОДНИКА

Со помош на релацијата за магнетна индукција на бесконечно долг прав спроводник, како и познатиот израз за сила со која магнетното поле дејствува врз спроводник низ којшто тече струја, може да се изведе релација со која си заемодејствуваат два бесконечно долги (поточно, многу долги) спроводника низ кои течат постојани струи I_1 и I_2 , а се наоѓаат на нормално растојание R еден од друг (сл. 11.11).

Го поставуваме координатниот почеток на првиот спроводник низ којшто тече струјата I_1 во точката О. Оваа струја околу себе создава магнетно поле со магнетна индукција дадена со:

$$B_1 = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi r} \quad (11.29)$$

Во точка М, што се наоѓа на растојание R е поставен друг прав спроводник со должина l , а низ којшто тече струја со јачина I_2 . На овој спроводник му дејствува магнетното поле од првиот спроводник со сила што е дадена со релацијата (10. 14):

$$\vec{F} = I_2 (\vec{l} \times \vec{B}_{1M}) \quad (11.30)$$

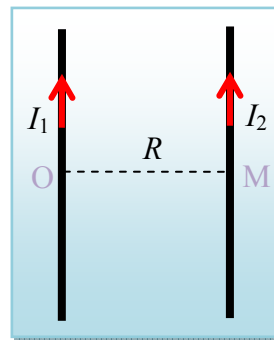
каде што $\vec{B}_{1M}$ е магнетната индукција создадена од спроводникот 1 во точката М. Големината на оваа сила е:

$$F = I_2 l B_{1M} \sin(\vec{l}, \vec{B}_{1M}) \quad (11.31)$$

Со оглед на тоа што аголот помеѓу двата вектора е прав, $(\vec{l}, \vec{B}_{1M}) = 90^\circ$, тогаш и релацијата (11.31) поминува во:

$$F = I_2 l B_{1M}. \quad (11.32)$$

Притоа B_{1M} е модулот на магнетната индукција создадена од првиот спроводник во точката М којашто се наоѓа на растојание $r=R$:



Сл. 11.11

$$B_{1M} = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi R}$$

Ако овој израз се внесе во (11.32), тогаш за силата со која си заемодејствуваат двата паралелни, бесконечно долги спроводника, поставени во вакуум и на меѓусебно растојание R , се добива:

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi R} l \quad (11.33)$$

Напомнуваме дека ако го пресметувавме најпрво векторот $\vec{B}_2$, создаден од спроводникот (2), а потоа ја определеме силата со која тоа поле дејствува врз спроводникот (1), ќе ја добиевме истата релација. Тоа се подразбира бидејќи овде важи Третиот Њутнов закон (законот за акција и реакција).

Ако го примениме правилото на десниот винт, ќе може да се убедиме дека ако струите течат во иста насока (паралелни струи), тогаш доаѓа до приближување на спроводниците, а ако се струите со спротивни насоки (антипаралелни), спроводниците се оддалечуваат.

Овој закон дава можност да се воведе и дефинира основната единица за јачина на струјата во SI - амперот.

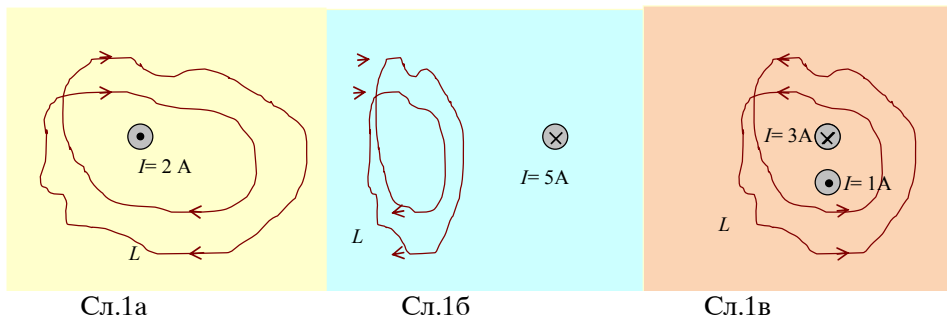
Јачина од еден ампер има електрична струја со непроменлива големина која тече низ два бесконечно долги паралелни праволиниски спроводници со занемарлив кружен пресек, кои се поставени во вакуум на меѓусебно растојание од еден метар, ако силата што дејствува меѓу нив е еднаква на $2 \cdot 10^{-7}$ њутна за секој метар должина.

Оттука може да се определи вредноста на магнетната константа μ_0 . Имено, ако се стави: $l=1$ m, $R=1$ m, $I_1=I_2=1$ A, тогаш ќе биде:

$$2 \cdot 10^{-7} = \frac{\mu_0}{2\pi} \Rightarrow \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} ; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \quad (11.34)$$

ПРАШАЊА И ПРОБЛЕМИ

1. Колкава е циркулацијата на магнетната индукција низ контурите дадени на сликите 1а, 1б, и 1в, ако контурите лежат во рамнината на цртањето, а низ спроводниците, чии пресеци се дадени на сликите подолу, течат струи во означената насока, со дадена големина.



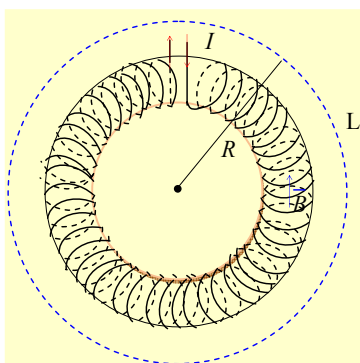
Сл.1а

Сл.1б

Сл.1в

Пример задачи

2. Со помош на теоремата за циркулација на магнетната индукција, покажете дека надвор од една тороидна навивка низ која тече постојана струја не постои магнетно поле.



Сл.2

Решение:

За линија на опходување ја одбираме кружницата L која лежи во рамнината на симетријата, со центар кој се полкопува со центарот на торусот (види слика 2)

Знаеме дека:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i.$$

Површина опфатена со контурата овде е површината на кругот со плоштина πR^2 . Оваа површина ја сечат N навивки низ кои тече струја. Меѓутоа, низ N навивки струјата тече во насока кон нас, а во N во спротивна насока. Во таа смисла сума на сите струи е:

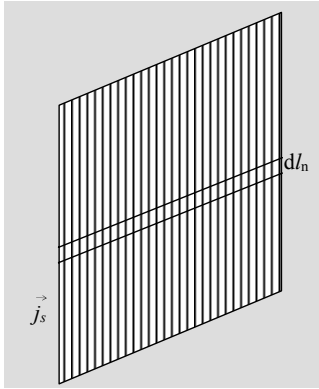
$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

па мора и магнетната индукција $B = 0$.

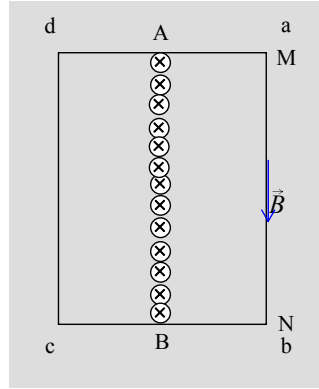
3. Со користење на теоремата за циркулација на магнетната индукција да се определи магнетната индукција на поле што е создадено од две тенки метални фолии низ кои течат струи со постојана густина во спротивни насоки.

Решение:

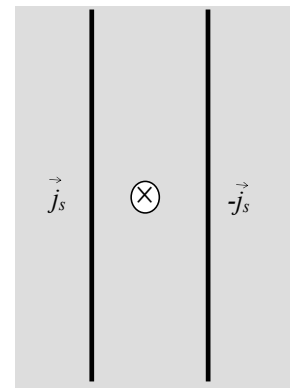
За решавање на задачата го воведуваме поимот “површинска струја”, претпоставувајќи дека струјата тече само по површината на фолијата. За таквата струја може да се најде линиската густина на површинска струја како однос помеѓу струјата dI што тече по должината на елементарна ширина на површината dl_n , земена во насока што е нормална на течењето на струјата и должината dl_n (слика 3а):



Сл.3а



Сл.3б



Сл.3в

Векторот $\vec{j}_s$ е тангенцијален на површината на фолиите и на струјните линии и е насочен спротивно од брзината на електроните. Се искажува во единицата A/m.

Ќе ја определиме најпрво магнетната индукција што ја создава едната од фолиите. За да го определиме правецот и насоката на векторот на магнетната индукција $\vec{B}$ се служиме со сликата 3б, на која е даден нормалниот пресек на тенката фолија AB со струја. Крстичињата $\otimes$ ги покажуваат пресеците на струјните линии, кои, не треба да се заборава, ги има бескрајно многу.

Правецот и насоката на полето $\vec{B}$ во рамнината MN паралелна со фолијата AB ќе биде вектор паралелен со AB, и насока определена со правилото на десниот винт (на сликата надолу). Оваа магнетна индукција $\vec{B}$ ја добиваме како резултат на суперпозицијата на бесконечно големиот број струјни линии од фолијата AB.

Сега останува уште да се определи големината на векторот $\vec{B}$. За таа цел одбираме линија на опходување да ни биде правоаголникот "abcd" (сл.3б). Страните на оваа контура $ab=cd=l$, се паралелни со векторот на магнетната индукција $\vec{B}$ и се наоѓаат на спротивните страни од струјната фолија на еднакви растојанија од неа. Поради симетријата на проблемот, векторот $\vec{B}$ е еднаков по големина на овие страни. Вкупната струја во внатрешноста на контурата изнесува $j_s l$. Така, според теоремата за циркулација на векторот $\vec{B}$

$$\oint_L \vec{B} d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l} = Bl + Bl = 2Bl .$$

Вториот и третиот од овие 4 интеграла се еднакви на нула, а во четвртиот и двата вектора $\vec{B}$ и $\vec{l}$ се негативни. Според теоремата за циркулација на векторот $\vec{B}$ ќе биде:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 j_s l .$$

Така, од овие два изрази се добива:

$$B = \mu_0 \frac{j_s}{2}.$$

Значи се добива поле кое е хомогено. Се разбира ова важи само во случај на неограничено голема струјна фолија. За фолија со конечни димензии оваа релација ќе се однесува само за точки кои се во близина на фолијата.

Ако имаме две фолии (слика 3в) во кои струите течат во спротивни насоки, но со исти големини j_s , во просторот помеѓу фолиите магнетната индукција предизвикана од двете фолии има иста насока и правец нормален на фолиите, па ќе биде

$$B = \mu_0 \frac{j_s}{2} + \mu_0 \frac{j_s}{2} = \mu_0 j_s.$$

Во просторот надвор од фолиите магнетно поле не постои.

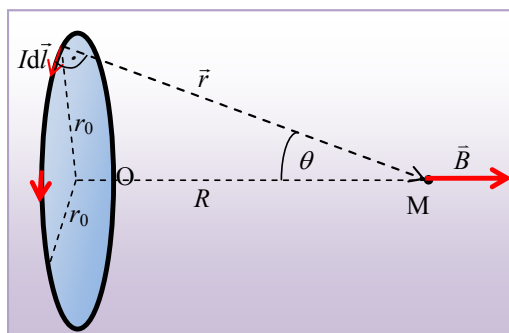
4. Во еден електричен гајтан со должина 2,0 m двата спроводника се наоѓаат на растојание 3 mm еден од друг. Ако низ нив тече струја од 8 A, определете ја големината на силата меѓу спроводниците.

Решение:

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi R} l = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 8}{2\pi \cdot 0,003} \cdot 2 = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}.$$

11.5. ЕЛЕМЕНТАРНА СТРУЈА. МАГНЕТЕН МОМЕНТ НА СТРУЈАТА

Во некои задачи е потребно е да се види како се однесува мала затворена струјна контура во магнетно поле. Такава мала контура чии што димензии се мали во споредба со растојанието од контурата до точката на набљудувањето се нарекува *елементарна струја*. Пример за таквите струи се оние кај атомите, каде што, според класичната физика електроните се движат по затворени орбити.



Сл.11.12

Да ја определиме магнетната индукција од таква елементарна струја. За таа цел ќе се вратиме на поглавјето 10.4.3 и пресметаната магнетна индукција на полето од магнетен лист по должината на оската

на листот, на растојание R од листот. Веќе покажавме дека полето во точката M е дадена со:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r_0^2}{2r^3} \quad (11.35)$$

Кога станува збор за елементарна струја, тогаш треба да се смета дека точката M е далеку, па $r \approx R$, и $R \gg r_0$ тогаш изразот (11.35) преминува во:

$$B = \frac{\mu_0 I r_0^2}{2R^3} \quad (11.36)$$

Ако оваа релација ја помножиме и поделиме со π , и уште земеме предвид дека плоштината на контурата е $r_0^2 \pi = A$, а насоката на магнетната индукција е определена со правилото на десниот винт, изразот 11.36, во векторска форма може да се запише како:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I A \vec{n}_0}{2\pi R^3} \quad (11.37)$$

$\vec{n}_0$ е единичен вектор во правец на нормалата на површината на магнетниот лист, со насока определена со одот на десниот винт, ако струјата низ контурата тече во насоката на вртењето на винтот.

Сега да воведеме нова векторска физичка величина:

$$\vec{p}_m = I A \vec{n}_0 \quad (11.38)$$

која се нарекува **магнетен моменти** на елементарната струја. Тоа е вектор чија што големина е еднаква на производот од јачината на струјата што тече и плоштината опфатена со елементарната струја, правецот му се поклопува со нормалата на површината на контурата, а насоката му е определена со правилото на одот на десниот винт, ако струјата тече во насока на неговото вртење. Единица за мерење на оваа величина е ампер по метар квадратен ($A \cdot m^2$).

На тој начин, големината на магнетната индукција по должината на оската на елементарната струја може да се прикаже со следнава релација:

$$B = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi R^3} \quad (11.39)$$

Овде би можеле да се потсетиме на формула 1.36 за полето создадено од електричниот дипол (види поглавје 1.3.4), според која јачината на полето на оската на диполот беше дадена со:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} \quad (11.40)$$

каде што p_e е модулот на електричниот дипол, а r растојанието до диполот. Овие две релации укажуваат на голема аналогија помеѓу

јачината на електричното поле на диполот $\vec{E}$ и магнетната индукција $\vec{B}$ на елементарната струја.

Ние овде ќе разгледаме само еден специјален случај на кружен спроводник. Меѓутоа, поимот магнетен момент на струја има поопшто значење.

Може да се покаже дека магнетната индукција на елементарна струја не само долж оската на диполот, туку на кое и да било место, е обратно пропорционална со третиот степен на растојанието.

Магнетниот момент на струјата може да се дефинира и преку векторот на површина $\vec{A}$:

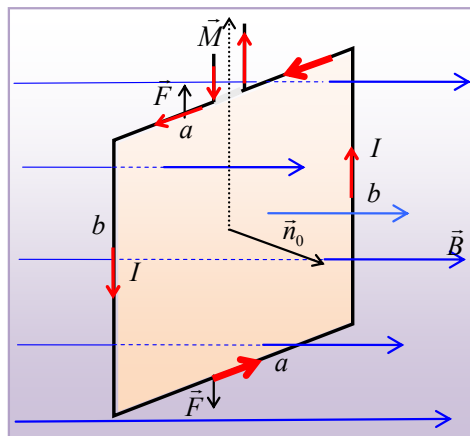
$$\vec{p}_m = I\vec{A}, \quad (11.41)$$

што со оглед на тоа што ние користевме единичен вектор во насока на нормалата, повторно се сведува на исто.

11.6. КОНТУРА СО СТРУЈА ВО МАГНЕТНО ПОЛЕ

11.6.1 . Контура со струја во хомогено поле

Претпоставуваме дека една правоаголна рамка низ која тече постојана струја I се наоѓа во хомогено магнетно поле со магнетна индукција $\vec{B}$ (сл. 11.13).



Сл. 11.13

На рабовите од рамката, означени со a , магнетното поле дејствува со сили кои тежнеат да ја деформираат рамката. Во случајот на поставеност на рамката како на сликата 11.13, тие тежнеат да ја растегнат рамката. Меѓутоа на рабовите означени со b , дејствуваат сили, дадени со Амперовиот закон за сила со која магнетното поле дејствува врз спроводник со струја:

$$\vec{F} = I(\vec{b} \times \vec{B}) ; F = IbB \quad (11.42)$$

Силите што дејствуваат врз двата спроводника b се еднакви по големина, но спротивно насочени. Значи, како што може да се види на слика 11.14, на рамката дејствува моментот на спрегот од силите или вртливиот момент кој е даден со:

$$M = Fd ; d = a \sin \alpha \Rightarrow M = Fa \sin \alpha \quad (11.43)$$

или, со внесување на релацијата за силата од (11.42) се добива:

$$M = IBba \sin \alpha = IBA \sin \alpha = p_m B \sin \alpha \quad (11.44)$$

каде што $A=ab$ е плоштината на рамката, а $\vec{p}_m = I\vec{A}$ е магнетниот момент на струјата низ рамката. Бидејќи аголот α е токму аголот помеѓу векторот на нормалата на површината и магнетната индукција, тогаш за вртливиот момент во векторска форма се добива:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} . \quad (11.45)$$

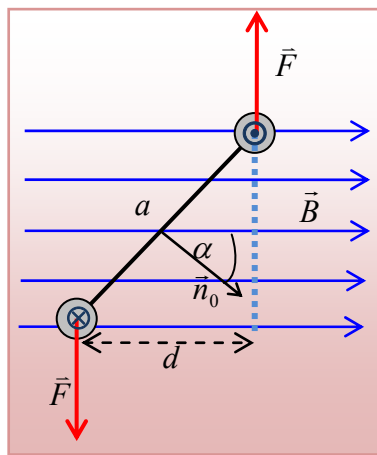
Оттука следува дека хомогеното поле на рамката дејствува со вртлив момент кој е определен со векторскиот производ помеѓу магнетниот момент на рамката и магнетната индукција. Како што се гледа, тој момент се стреми магнетниот

момент на рамката да го постави во насока на магнетната индукција. Од векторскиот производ произлегува дека контурата ќе постигне максимална големина на вртливиот момент ($M_{\max}$) тогаш кога површината на контурата ќе стане паралелна со векторот на магнетната индукција. Тогаш неговата големина ќе биде:

$$M_{\max} = p_m B \quad \Rightarrow \quad B = \frac{M_{\max}}{p_m} \quad (11.46)$$

Ова релација дава можност преку елементарна контура со многу мали димензии да може да се мери големината на магнетната индукција во дадено магнетно поле, а со тоа а се испитуваат својствата на непознато магнетно поле.

Ја изведовме релацијата (11.45) претпоставувајќи дека струјната контура претставува правоаголна рамка. Но, се покажало дека релациите (11.44) и (11.45) важат за која и да било друга произволна контура, како, на пример, онаа на сликата 11.15. Контурата од сликата може да се замисли како да е составена од бескрајно голем број правоаголни рамкички, а низ секоја од нив тече струјата во истата (насока на стрелките на часовникот).



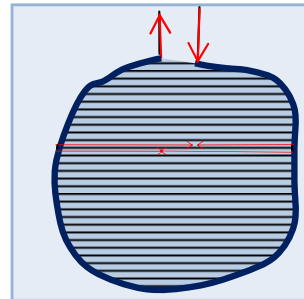
Сл. 11.14

На секоја од правоаголните површини ќе дејствува моментот на спрегот:

$$M_i = IBA_i \sin \alpha \quad (11.47)$$

каде што со A_i ја означивме плоштината на i -тата мала правоаголна површина. Така, вкупниот момент на спрегот ќе биде даден со сумата од одделните моменти:

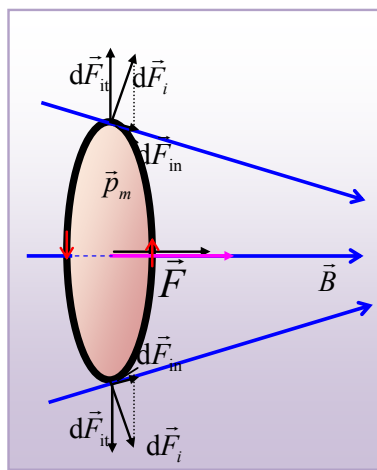
$$M = \sum M_i = IB \sin \alpha \sum A_i = IAB \sin \alpha = p_m B \sin \alpha$$



Сл. 11.15

На крајот се гледа дека изразот што се добива е идентичен со оној од (11.44), што укажува на тоа дека формата на рамката нема влијание врз моментот на спрегата.

11.6.2. Контура со струја во нехомогено поле



Сл. 11.16

За да видиме што станува со контура внесена во нехомогено магнетно поле ќе направиме некои поедноставувања на проблемот. Да земеме дека во центарот на контурата магнетното поле е нормално на нејзината рамнина (слика 11.16).

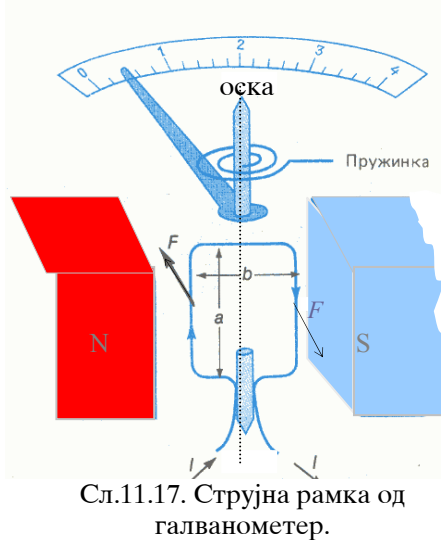
Сите $d\vec{F}_i$ кои дејствуваат на одделните делови на контурата се нормални на магнетната индукција и на насоката на струјата. Но, бидејќи магнетните сили линии не се паралелни, туку зафаќаат некој агол со рамнината на контурата, тогаш нив ги разложуваме на по две компоненти. Едните, кои дејствуваат тангенцијално со рамнината на контурата ($d\vec{F}_{it}$) и се

стремат само да ја деформираат контурата, во случајот на сликата, да ја растегнат. Другите компоненти на силите, се нормални на рамнината на контурата $d\vec{F}_{in}$, па тие се собираат и даваат резултантна сила $\vec{F}$ која ја поместува целата контура. Оттука може да се заклучи дека и во најопшт случај на нехомогено поле, кое не мора да е нормално на рамнината на контурата, тоа на неа ќе дејствува со спрег на сили кои ќе ја завртат, но и сила која ќе предизвика нејзино транслаторно движење.

Вртењето на елементот на струја во хомогеното магнетно поле, како и translацијата во нехомогеното, покажуваат аналогија на елементот на струја во магнетизмот со електричниот дипол во електростатиката.

11.6.3. Примена на појавата: движење на спроводник во магнетно поле

Струјната рамка е основен дел на голем број мерни уреди (амперметри, волтметри, омметри). Најосновните карактеристики на некои од нив, веќе ги изучивме. Овде ќе биде појаснето како работи галванометарот, кој претставува уред за прецизно мерење на слабите струи. На сликата 11.17 е дадена скица на еден галванометар.



Сл.11.17. Струјна рамка од галванометар.

На контурата (калемот) се донесува струјата што се мери. Контурата е сместена во постојано магнетно поле, па на неа ќе подејствува вртлив момент, даден со релацијата:

$$M = IBba \sin \alpha = IBAsin \alpha$$

На овој вртлив момент се спротивставува спиралната пружина што има вртлив момент пропорционален со аголот на свивање (ϕ) т.е. $M_{sv} = k\phi$, каде што k е коефициент на жилавост на пружината (слично како еластичност). На тој начин калемот на којшто е прицврстената

стрелка, се врти дури вртливиот момент на свивање на пружината не се изедначи со моментот од спрегата на магнетната сила:

$$M = M_{sv} \quad ; \quad IBAsin \alpha = k\phi \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{IBAsin \alpha}{k}$$

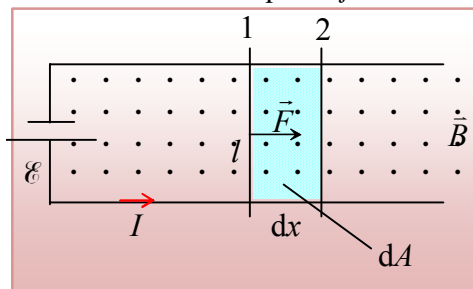
Последнава равенка кажува дека аголот на свивање е пропорционален со јачината на струјата низ рамката, но зависи и од аголот α кој го прави рамката (калемот) со магнетното поле. За да се одбегне таа аглова зависност, обично калемот се поставува во поле на магнети со кружни завршетоци, така што се постигнува да биде секогаш задоволено $\sin \alpha = 1$. Напомена, во услови кога наместо рамка, во магнетното поле е поставен калем со N навивки, вртливиот момент е $M = NIBAsin \alpha$.

Принципот на ротација на калем во магнетно поле е основа за конструкција и на **електромоторите**, кај кои електричната енергија се

претвора во механичка енергија. На нивната конструкција ќе се задржиме подоцна. Исто така, кај некои видови **звучници** наречени магнетостатски звучници е искористена појавата на движењето на спроводник во магнетно поле.

11.7. МЕХАНИЧКА РАБОТА ВО МАГНЕТНО ПОЛЕ

Знаеме дека врз спроводник низ кој тече струја дејствува Амперовата сила, под влијание на која доаѓа до негово поместување. Бидејќи има поместување, значи дека се врши работа. Да ја определиме оваа работа под претпоставка дека имаме спроводник со должина l , кој може лесно да се движи, а го затвора струјното коло (види слика 11.18). Спроводникот се наоѓа во хомогено магнетно поле, нормално на него, со насока према нас. Под влијание на Амперовата сила спроводникот се поместил на некое растојание.



Сл.11.18

При ваква геометрија на спроводникот со должина l , дејствува Амперова сила, дадена со:

$$F = IlB \quad (11.48)$$

па при преминот од положбата 1 во положбата 2 овој спроводник врши работа која е еднаква на:

$$dW = F dx = IlB dx = IB dA \quad (11.49)$$

каде што dA е плоштината на правоаголникот што спроводникот го опишува при неговото движење.

Ако е поинаков правецот на магнетната индукција во однос на спроводникот, тогаш задачата се сведува на следното: магнетската индукција $\vec{B}$ се разложува на две компоненти. Едната е нормална на површината dA , а другата, паралелна. Бидејќи силата е секогаш нормална на полето ($\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$), тогаш тангенцијалната компонента $\vec{B}_t$ предизвикува сила која е нормална на поместувањето ($d\vec{r}$), а од механиката знаеме дека таквата сила не врши работа. Затоа, за работата може да се напише:

$$dW = IB_n dA \quad (11.50)$$

кадешто B_n е компонентата на магнетната индукција која е нормална на површината на контурата.

Може да се покаже дека и при ротација на спроводник во хомогено магнетно поле, во работата учествува само нормалната компонента на рамнината во која настанува движењето, па релацијата

(11.50) може да се смета за универзална. Оттука може да заклучиме дека работата што се врши при произволно поместување на спроводникот во магнетно поле е еднаква на производот од јачината на струјата што тече низ спроводникот, нормалната компонента на магнетната индукција и површината што ја опишува спроводникот при движењето.

Ние веќе објаснивме дека густината на магнетните силиви линии е еднаква (или пропорционална) со модулот на магнетната индукција. Овде ќе сметаме дека B_n е бројот на магнетните силиви линии што поминуваат низ единица површина, а $B_n dA$ е величина која го дава бројот на силивите линии низ површината dA , т.е. бројот на силивите линии што спроводникот ги “пресекол” при движењето. Па може да се даде следниов заклучок: *работата што се врши при движење на спроводник во магнетно поле е еднаква на производот од јачината на струјата I и бројот на силивите линии на магнетната индукција што се пресечени со спроводникот при неговото движење.*

11.8. МАГНЕТЕН ФЛУКС. ТЕОРЕМА НА ГАУС ЗА МАГНЕТСКА ИНДУКЦИЈА

11.8.1 Флукс на векторот $\vec{B}$

Резултатот (11.50) може многу поедноставно да се прикаже со воведување на физичката величина магнетен флукс (ток) Φ .

Ќе земеме дека бројот на силивите линии на магнетната индукција што поминуваат низ единица површина, нормална на нивниот правец е бројно еднаков на големината на векторот на магнетната индукција $\vec{B}$.

Слично како што постапивме во случајот на електричното поле, и овде може да го воведеме поимот магнетен флукс, или поточно флукс на магнетната индукција. Тој претставува број на силиви линии кои поминуваат низ дадена површина.

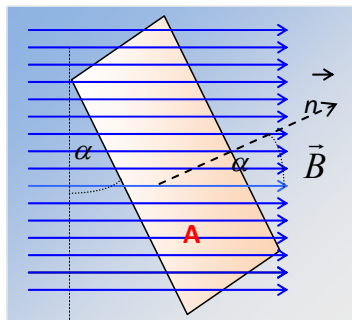
Ако површината е рамна, и нејзината нормала зафаќа агол α со магнетните силиви линии (слика 11. 19) бројот на силивите линии што ја пронижуваат е:

$$\Phi = BA \cos \alpha = B_n A \quad (11.51)$$

Ако се воведат вектор на површина $\vec{A}$, тогаш магнетниот флукс низ која и да било рамна површина ќе биде даден со:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} \quad (11.52)$$

Како што се гледа, магнетниот флукс е скаларен производ помеѓу векторот на магнетната индукција и векторот на површината. Тој е значи скаларна величина. За хомогено поле, со индукција B и



Сл. 11. 19

површина што е нормална на магнетните силиви линии со плоштина A , магнетниот флукс е даден со равенката:

$$\Phi = B A . \quad (11.53)$$

Во SI магнетниот флукс се мери со единицата **вебер** (Wb). Магнетен флукс од еден вебер поминува низ еден метар квадратен од нормално поставена површина ако магнетната индукција е еден тесла.

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T m}^2.$$

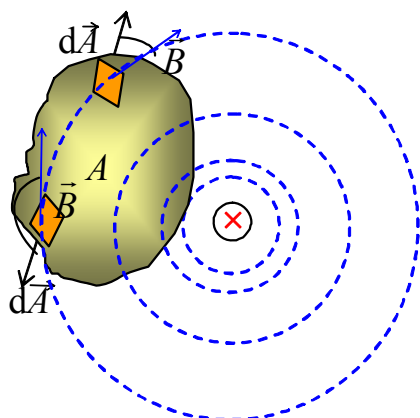
Ако магнетното поле не е нормално, а набљудуваната површина не е рамна, туку закривена, тогаш површината ја расчленуваме на бесконечно голем број мали елементи на површина, кои што може да ги сметаме за рамни и низ кои може да се смета дека магнетната индукција е хомогена. Магнетниот флукс низ таквата елементарна површина ќе биде:

$$d\Phi = B_n dA = \vec{B} \cdot d\vec{A} . \quad (11.54)$$

Со интеграција на претходната равенка за магнетниот флукс низ целата површина се добива:

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (11.55)$$

По договор, насоката на $d\vec{A}$ се зема секогаш од центарот на кривината на закривената површина. Според тоа магнетниот флукс е секогаш позитивен ако магнетните силиви линии излегуваат од дадената површина, а негативен е кога во површината влегуваат. (Сл. 11.20)



Сл. 11.20

Обично магнетниот флукс се поврзува со контура низ која тече струја, а која лежи во една рамнина. Во таков случај, за позитивна насока на векторот на површината на контурата се зема насоката определена со “правилото на десниот винт”, при што, ако струјата тече во насока на вртењето на винтот, одот на винтот ја определува насоката на векторот на површината (или насоката на нормалата на таа површина). Согласно ваквата определба,

магнетниот флукс создаден од контура низ која тече струја низ површината ограничена со самата контура, секогаш е **позитивен**.

Пример задачи

1. Определи го магнетниот флукс низ една правоаголна површина ABCD (слика 11.21), која лежи во истата рамнина со еден праволиниски спроводник со струја I , паралелен со страната b од површината на растојание c од него.

Решение:

Магнетната индукција $\vec{B}$ е нормална на дадената површина, и според насоката на струјата насочена од нас. Големината на магнетната индукција се менува со оддалеченоста од жицата според законот:

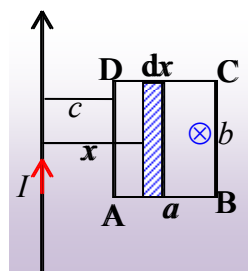
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}.$$

За да се реши проблемот, треба плоштината ABCD да се расчлени на бесконечно голем број мали плоштини $dA = b dx$, за кои може да се смета дека магнетната индукција е константна. Магнетниот флукс низ таа елементарна површина ќе биде:

$$d\Phi = Bb dx = \mu_0 \frac{Ib}{2\pi} \frac{dx}{x},$$

а целиот флукс е:

$$\Phi = \mu_0 \frac{Ib}{2\pi} \int_c^{c+a} \frac{dx}{x} = \mu_0 \frac{Ib}{2\pi} \ln \frac{c+a}{a}$$



Сл.11.21

2. Определете го магнетниот флуks низ пресек на торус со правоаголна форма на напречниот пресек. Формата и пресекот на торусот се дадени на сликата 11.21a

Решение:

Претпоставуваме дека магнетно поле постои само во внатрешноста на торусот со магнетни силиови линии кои се кружници и дека според релацијата 11.22 магнетната индукција на површината со радиус R е :

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi R}.$$

Флуksот низ напречниот пресек на торусот ќе се добие така што правоаголниот пресек се дели на елементарни површини со плоштина adR чишто елементарни флуksеви $d\Phi$ се:

$$d\Phi = \mu_0 \frac{NI}{2\pi R} \cdot adR,$$

а вкупниот флуks низ целиот пресек е:

$$\Phi = \int_{R_1}^{R_2} d\Phi = \mu_0 \frac{NI}{2\pi} \cdot a \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R} = \frac{\mu_0}{2\pi} NIa \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

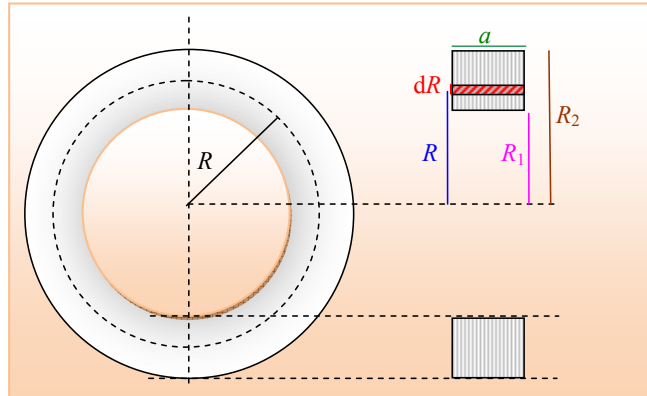
11.8.2. Теорема на Гаус за магнетно поле

Покажавме дека според Гаусовата теорема за електростатското поле, вкупниот електричен флуks низ затворена површина е еднаков на алгебраската сума на електричните полнежи што се наоѓаат во внатрешноста на дадената затворена површина:

$$\Phi_e = \oint_A \vec{E} d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{V_A} dQ \quad (11.56)$$

со што се покажа дека електричните силиови линии извираат кај позитивните полнежи, а увираат кај негативните.

Магнетните силиови линии, пак, се затворени криви: тие немаат ниту извори, ниту, пак, увори. Според тоа, сите магнетни силиови линии



кои во некоја затворена површина ќе влезат, мора од неа да излезат. Значи:

$$\Phi = \oint_A \vec{B} d\vec{A} = 0 \quad (11.57)$$

Флуксоот на векторот на магнетната индукција низ каква и да било затворена површина е еднаков на нула.

Релацијата (11.57) е основна карактеристика на магнетното поле и ја дава математичката формулација на **Гаусовата теорема за магнетно поле**. Таа е всушност последица на фактот дека не постојат магнетни “полнежи” - извори на магнетното поле.

Површинскиот интеграл, даден со релацијата (11.57), може според правилата на векторска анализа да биде претворен во волуменски интеграл, со тоа што волуменот ќе биде тој што е опфатен со затворената површина (потсетете се, ние тоа веќе го покажавме за случај на електростатското поле, види поглавје 2.4), па ако истото тоа го примениме овде, ќе биде:

$$\Phi = \oint_A \vec{B} d\vec{A} = \oint_{V_A} \nabla \vec{B} d\tau = 0 \quad (11.58)$$

Овој услов треба да биде исполнет за кој и да било волумен, а тоа е можно ако подинтегралната функција е еднаква на нула:

$$\nabla \vec{B} = \text{div} \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (11.59)$$

Последниов израз е Гаусова теорема за магнетно поле во диференцијална форма. Тој покажува дека кај магнетното поле не постојат извори ниту понори.

Во поглавјето 2.4 покажавме дека електростатското поле има извори, таму:

$$\text{div} \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (11.60)$$

каде што $\rho = \frac{dQ}{d\tau}$ е волуменска густина на полнежот.

Како што се гледа, помеѓу електростатското поле и магнетното постои суштинска разлика.

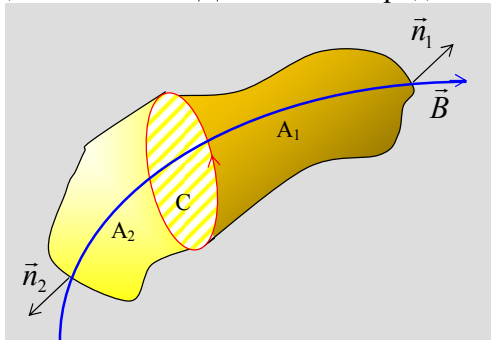
Од кажаното може да се заклучи дека *единствени извори на магнетното поле се циркуирне, односно движењето на полнежите*. Овој заклучок ја потврдува, одамна искажаната Амперова хипотеза дека магнетизмот на супстанциите се должи на постоење на елементарни кружни струи правилно распоредени во супстанцијата.

Пример задача

Да се докаже дека магнетните флуксеви низ која и да било од површините што се потпираат на една иста контура со електрична струја се еднакви.

Решение:

Во поглавјето 11.8.1 заклучивме дека магнетниот флукс низ затворена површина опфатена со струјна контура е секогаш позитивен, бидејќи насоката на нормалата на површината е определена со правилото на десниот винт. Дека оваа определба не е во спротивност со основната



Сл.1

определба за магнетен флукс се убедуваме со фактот што магнетните флуксеви низ која и да било од површините што се потпираат на една иста контура со електрична струја се еднакви. Ова ќе го докажеме со помош на цртежот од сликата 1.

Над контурата C која се наоѓа во магнетно поле се потпираат две површини A1 и A2. Нека со ϕ_1 го

означиме флуксот низ површината A1, а со ϕ_2 магнетниот флукс низ површината A2, кој како што се гледа на цртежот, е негативен. Целата површина A1 + A2 е затворена површина. За неа важи Гаусова теорема:

$$\oint_{A_1+A_2} \vec{B} d\vec{A} = 0$$

а бидејќи

$$\oint_{A_1+A_2} \vec{B} d\vec{A} = \oint_{A_1} \vec{B} d\vec{A} + \oint_{A_2} \vec{B} d\vec{A} = \phi_1 - \phi_2 = 0$$

тогаш е значи:

$$\phi_1 = \phi_2.$$

Овој резултат е многу корисен бидејќи кажува дека е можно при определување на флуксот да се одбира површина за која пресметките ќе бидат наједноставни.

11.8.3. Лоренцова сила

Уште понапред видовме дека на спроводник низ кој тече струја што се наоѓа во магнетно поле му дејствува сила. Бидејќи струјата претставува движење на електрични полнежи, може да се очекува дека и на полнежи

кои слободно се движат во магнетно поле, надвор од спроводникот, магнетското поле дејствува со сила.

Ќе ја изведеме релацијата за оваа сила. Тргуваме од нам познатата Амперова сила со која што магнетното поле, со магнетна индукција B , дејствува врз спроводник со должина l , низ којшто тече струја со јачина I , а кој е поставен под некој агол во однос на магнетните силиви линии. Големината на таа сила е:

$$F = IBl \sin(\vec{l}, \vec{B}) \quad (11.61)$$

Бидејќи течењето струја значи движење на полнежи тогаш, производот Il може да се претстави на следниов начин:

$$Il = \frac{Q}{t} l = Q \frac{l}{t} = Qv = Nev \quad (11.62)$$

Овде Q е вкупниот полнеж што за време t протекува низ спроводникот со должина l , а е еднаков на производот од бројот на полнежите N по елементарниот електричен полнеж e .

Тоа значи дека релацијата 11.61 може да се преуреди и да се запише како:

$$F = NevB \sin(\vec{v}, \vec{B}) \quad \text{или во векторска форма } \vec{F} = Ne(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (11.63)$$

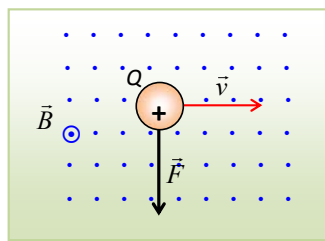
Силата што дејствува врз една честичка со позитивен полнеж е дадена со релацијата :

$$\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (11.64)$$

Ако станува збор за која и да било слободна честичка со полнеж Q , оваа релација преминува во:

$$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (11.65)$$

На сликата 11.22 се прикажани правецот и насоката на оваа сила.



Сл. 11.22

Магнетната индукција $\vec{B}$ е насочена кон читателот $\odot$.

Изразот (11.65) бил за прв пат добиен од холандскиот физичар Лоренц (Lotentz, Hendrick Antoon, 1853-1928) па затоа и се вика **Лоренцова сила**. Напомнуваме дека брзината $\vec{v}$ овде е брзина во однос на магнетното поле.

Лоренцовата сила е секогаш нормална на движењето на наелектризираната честичка, па затоа таа на честичката и соопштува само нормално забрзување, што значи дека само може да ѝ ја менува насоката и правецот на движењето, а не нејзината големина. Но, силите кои така делуваат не вршат работа. *Лоренцовата сила не врши работа и не ја менува кинетичката енергија на честичката.*

Ако на една наелектризирана честичка, покрај магнетното поле со магнетска индукција $\vec{B}$ дејствува и електрично поле со јачина $\vec{E}$, тогаш таа честичка е под дејство на резултантната сила $\vec{F}$ која е векторски збир на двете сили, дадена со следнава равенка:

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (11.66)$$

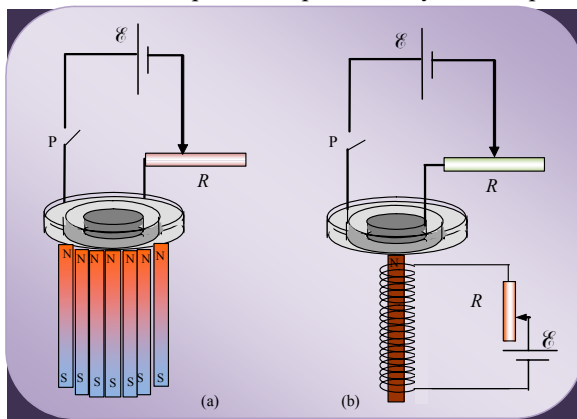
Оваа релацијаа често се вика **Лоренцова формула**.

Демонстрација

Демонстрација на Лоренцова сила се прави на следниот начин. Во Петриев сад се става раствор на бакарен сулфат. Во садот се поставуваат две цилиндрични електроди што се поврзуваат со извор на струја, преку прекинувачот Р и отпорникот R. Разноимените јони почнуваат да се движат во спротивните насоки.

Ако овој сад се постави во нормално насочено магнетно поле, на јоните ќе им подејствува Лоренцовата сила, па целата течност ќе почне да ротира во една насока. Објаснувањето е едноставно. Позитивните јони, според цртежот се движат кон негативната електрода, значи кон центарот, па на нив дејствува Лоренцова сила нормална на таа брзина и на магнетното поле насочно према горе. На негативните јони дејствува Лоренцова сила со иста насока, бидејќи магнетното поле е насочено исто, но во формулата (11.65) освен негативен знак кај полнежот, имаме и негативен знак кај брзината на јоните, па тие се движат од центарот.

Магнетно поле со нормален правец се добива или со помош на перманентни прачкасти магнети врзани во сноп така што истоимените полови да им се заедно, (слика 11.23 а), или садот со растворот и електродите се поставува врз еден електромагнет (слика 11.23 б). Напомена: најдобро е кога снопот прачкасти магнети се наредат и врзат околу цилиндрично дрво.



Сл. 11.23

Ако брзината на движењето на честичката е колинеарна со магнетната индукција, тогаш Лоренцовата сила ќе биде еднаква на нула.

Кога брзината на честичката е нормална на магнетната индукција ($\vec{v} \perp \vec{B}$) Лоренцова сила ќе се урамнотежи со центрипетална сила:

$$QvB = \frac{mv^2}{r} \quad (11.67)$$

каде m е масата на честичката. Оттука може да се добие радиусот на кружницата по која што се движи честичката:

$$r = \frac{mv}{QB} \quad (11.68)$$

Периодот на ротацијата на полнежот ќе биде еднаков на времето за коешто наелектризираната честичка прави едно цело завртување:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{QB} \quad (11.69)$$

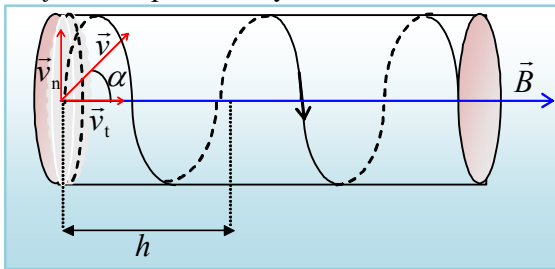
Последнава релација укажува на тоа дека периодот на ротација на наелектризираната честичка во хомогено магнетно поле зависи од специфичниот електричен полнеж на честичката (Q/m) и од големината на магнетната индукција. Овој период, како што се гледа (11.69), не зависи од брзината на честичката. Но, тоа важи само за случаи кога брзината на честичката е неспоредливо помала од брзината на светлината $v \ll c$. За брзини споредливи со c , масата на честичката се менува со брзината, па со тоа и периодот на вртење не е веќе константен.

Во сите разгледувања досега, ние претпоставувавме дека брзината на наелектризираната честичка е нормална на магнетните силиви линии. Ако брзината на движењето на честичката зафаќа некој агол со магнетните силиви линии, тогаш карактерот на движењето е поинаков. Во тој случај е најзгодно почетната брзина на честичката со полнеж да се разложи на две компоненти: едната паралелна со $\vec{B}$ а другата нормална на неа. Тие две компоненти $\vec{v}_t$ и $\vec{v}_n$ се нацртани на сликата 11.24 и нивните големини се дадени со:

$$v_t = v \cos \alpha \quad \text{и} \quad v_n = v \sin \alpha \quad (11.70)$$

каде што v е брзината на честичката, а α е аголот помеѓу $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Честицата под влијание на нормалната компонента на брзината се движи по кружница, но под влијание на тангенцијалната компонента, која не предизвикува никаква додатна сила, таа се придвижува по инерција рамномерно, па така честичката се движи по **хеликоида**, цилиндрична спирала.



Сл.11.24

Оската на хеликоидата се поклопува со магнетните силови линии, а чекорот на винтовата линија h ќе биде еднаков на растојанието што ќе го помине по оската долж

полето за време од една периода:

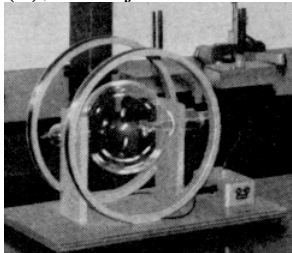
$$h = v_t T = v \cos \alpha \frac{2\pi m}{BQ} \quad (11.71)$$

Радиусот на кружницата која претставува проекција на спиралата во нормална рамнина ќе биде:

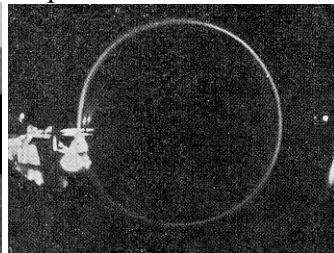
$$r = \frac{mv_n}{QB} = \frac{mv \sin \alpha}{QB} \quad (11.72)$$

Гледаме дека и двете овие величини зависат од специфичниот електричен полнеж на честичката (Q/m).

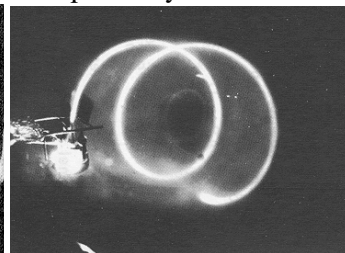
Фотографии на движење на сноп на електрони по кружница и по хеликоида се дадени на сл.11.25 а, б, в. Добиени се со Венелтова цевка (а), со којашто вие пошироко ќе се запознаете во практикумот.



а)



б)



в)

Сл.11.25



Аура бореалис (северна светлина)
во октомври 2001

Егзотичната природна појава што се јавува на половите, наречена поларна светлина или аура бореалис, се должи токму на движење на наелектризирани честики под дејство на Лоренцовата сила. Имено, наелектризираните честички од јоносферата се раздвигуваат под дејство на сончевите бури, па во

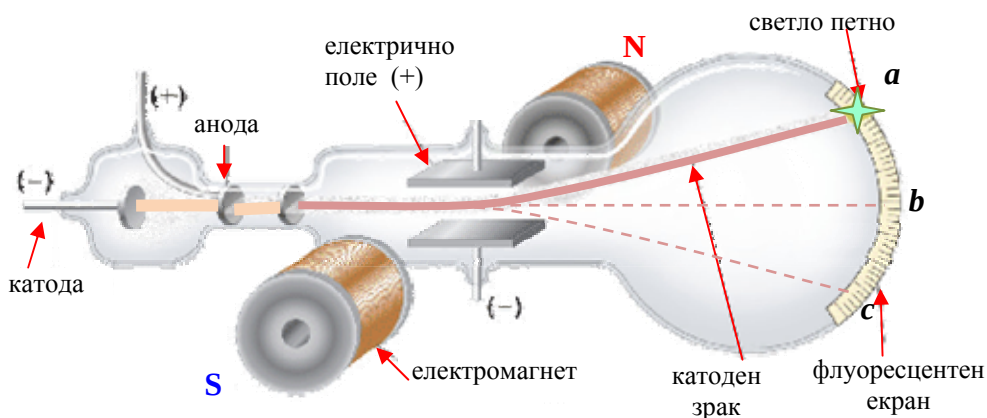
силното магнетно поле кое владе на половите тие се насочуваат и судираат со атомите од атмосферата. Возбудените атоми се враќаат во релаксирана состојба со емисија на светлина.

11.9. НЕКОИ ПРИМЕНИ НА ЗАКОНИТЕ НА ДВИЖЕЊЕ НА ПОЛНЕЖ ВО ЕЛЕКТРИЧНО И МАГНЕТНО ПОЛЕ

11.9.1. Откритие на електронот. Експерименти на Томсон и Миликен

Електронот бил идентификуван како честичка во 1897 година од Џ.Џ. Томсон (Joseph John Thomson, 1856-1940) со помош на катодна цевка. Имено, снопот од катодни зраци (електронски сноп, но тогаш со непозната природа) минувал низ магнетно поле кое било поставено нормално на одот на катодните зраци. Како што покажавме, на електронот како наелектризирана честица ќе дејствува Лоренцова сила која ќе го отклони во насока што е нормална на неговата брзина и нормална на магнетните силинови линии. Томсон на ова дејство му спротиставил електрично поле, кое дејствува така што ја компензира Лоренцовата сила, и на тој начин да ја определи брзината на електронот.

Скица на Томсоновиот експеримент е дадена на сликата 11.26.



Сл.11.26. Катодна цевка

Катодните зраци биле забрзувани со помош на висок напон донесен помеѓу анодата (А) и катодата (К). Потоа биле пропуштани низ попречно хомогено електрично поле што било создадено помеѓу две паралелни плочи. Во истиот простор постоело и магнетно поле (два нормално поставени калема). Кога е вклучено само електричното поле и горната плоча е позитивна, катодните зраци се отклонуваат нагоре, па на флуоресцентниот екран оставаат трага *a*. Кога се вклучува само

магнетното поле откловувањето е надолу (трага *c*). Кога ќе се компензираат полињата, ќе нема отклонување (трага *b*)

Се постапувало така што најпрво било вклучено магнетното поле. Значи, дејствувала Лоренцовата сила: $F=evB$, која на електроните им дава заврзување mv^2/r . Од изедначувањето на овие две сили се добива

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br} \quad (11.73)$$

Вредностите на r и на B може да се измераат.

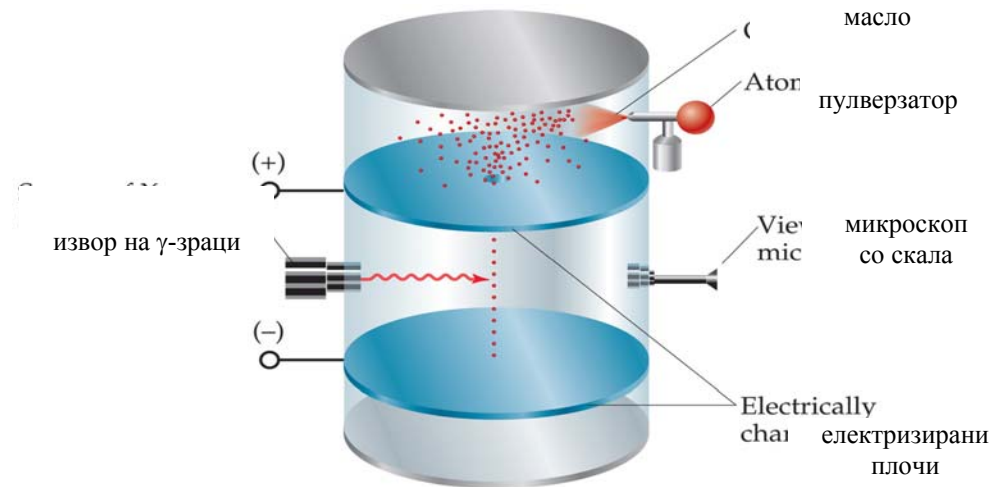
Брзината v се определува кога се вклучени двата вида полиња и нивното дејство ќе се искомпензира (магнетното поле се засилува сè додека не се добие трагата *b*). Бидејќи силите тогаш се компензираат ќе биде:

$$Ee=evB,$$

па за брзината v се добива $v=E/B$ и ако тоа се внесе во претходната равенка, се добива:

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 r} \quad (11.74)$$

Бидејќи сите величини од десната страна можело да се измерат, тогаш можело да се пресмета вредноста на специфичниот електричен полнеж на електронот (значи односот e/m). Денешната вредност на оваа величина е $1,76 \cdot 10^{11}$ C/kg.



Сл. 11.27

На Томсон му се припишува ова откритие бидејќи неговите наоѓања многу набрзо биле потврдени. Тој тврдел дека честичите што ги открил се честичи што влегуваат во составот на атомот, иако тогаш сè уште се сметало дека атомот е неделив.

Долготрајните осумгодишни мерења на Миликен (Milliken Robert A., 1868-1953) овозможиле да се определи елементарниот електричен полнеж (денес, знаеме дека е полнежот на електронот). Мерењата што биле правени во периодот меѓу 1908 и 1916 година и покажале дека електричниот полнеж е квантуван, односно, дека постои најмал можеен електричен полнеж, кој денес го викаме елементарен. Во опитот на Миликен, ситните капки на минералното масло, кои биле наелектризираны, се пуштаат да паѓаат под дејство на Земјината тежа во просторот на попречното електрично поле што владее во просторот меѓу двете паралелни плочи (сл. 11.27). Полето се подесува така што електричната сила да ја компензира Земјината тежа намалена за Архимедова сила (овде присутна бидејќи капките се во воздух, па:

$$\frac{4}{3}\pi a^3(\rho - \rho_0)g = QE \quad ; \quad \frac{4}{3}\pi a^3(\rho - \rho_0)g = Q\frac{V}{d} \quad (11.75)$$

Кога ова е исполнето, капката е во рамнотежа (во мир). Во оваа релација, a е радиусот на капката, ρ - густината на маслото, ρ_0 -густина на воздухот, g -Земјино забрзување, Q -полнежот на капката, а $E = V/d$ е јачината на електричното поле создадено од двете плочи на кои е донесен напон V , а истите се наоѓаат на растојание d . Сите овие величини се мерливи.

За да се определи радиусот на капката, се исклучува електричното поле, па се набљудува рамномерното движење на капката, добиено со урамнотежувањето на Стоксовата сила на отпорот и Земјината тежа, намалена за Архимедовата сила :

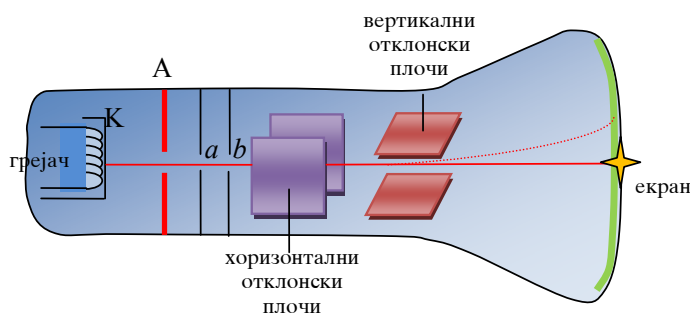
$$\frac{4}{3}\pi a^3(\rho - \rho_0)g = 6\pi a\eta v \quad (11.76)$$

Преку мерење на брзината на капката, од оваа релација се определува радиусот a , а потоа со помош на равенката (11.75) се определува електричниот полнеж на капката Q .

По долготрајни мерења на полнежите на капките, Миликен покажал дека сите полнежи имаат општ најмал содржател, кој е, всушност, елементарниот електричен полнеж. По определувањето на елементарниот електричен полнеж станало јасно дека електронот ја носи таа големина на полнеж, а бидејќи бил определен и специфичниот електричен полнеж, едноставно била измерена и масата на електронот. Се покажало дека е таа многу мала, околу 2000 пати помала од масата на атомот кој има најмала маса (атомот на водородот).

11. 9. 2. Катодна цевка

Од најразличните електронски цевки, кои се засновани на термоелектронската емисија, а со кои вие ќе се запознаете во повисоките курсеви, овде ќе биде објаснета работата на катодната цевка, пред сè поради нејзината многу широка примена. Таа се користи кај телевизорите, мониторите, осцилографите и низа други уреди.. Градбата и формата на катодната цевка се дадени на сликата 11.28.

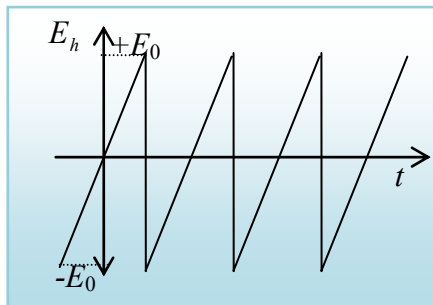


Сл. 11. 28

Електроните што ги произведува вжарената катода К се забрзуваат со постојано електрично поле, донесено помеѓу катодата и анодата А. Со помош на дијафрагми се отсекува тесен сноп електрони, кој напуштајќи ја анодата, продолжува да се движи со постојана брзина. Ако на отклонските плочи не е донесен никаков напон, тогаш електронскиот сноп се движи непречено до екранот прекриен со флуоресцентен материјал, на кој остава светла точка.

На патот на електронскиот сноп се наоѓаат два пара плочи: едните за хоризонтално и другите за вертикално отклонување. Кога на хоризонталните ќе се донесе напон, тогаш снопот кој минува низ електрично поле се отклонува во правец горе-долу. Напонот на вертикалните го отклонува снопот во правец лево-десно.

Катодната цевка се користи за испитување на непознати напони. Напонот што се испитува обично се донесува на хоризонталните отклонски плочки. Ако се испитува временската зависност на испитуваниот напон (обично е тоа некоја периодична зависност) тогаш на вертикалните плочки се донесува пилест напон (слика11.29), кој го отклонува снопот периодично од лево кон десно, и повторно во лево (на почетокот). Ако снопот минува само низ ваков напон тогаш на екранот се добива отклонување лево-десно по права линија. Ако фреквенцијата на осцилирањето на светлата точка е доволно голема така што окоото не може да ја следи (25 пати во секунда -25 Hz), тогаш ние на екранот ја набљудуваме како континуирана права линија.



Сл.11.29

Напонот донесен на овие плочки создава поле $\vec{E}_h$ чија што големина се менува периодично со линеарно растење од $(-E_0)$ до $(+E_0)$. Ваквиот “пилест напон” може да се подесува така што неговиот период на осцилирање да биде еднаков или поголем од периодот на осцилирање на испитуваниот напон кој го донесуваме на хоризонталните

отклонски плочки. Тогаш на екранот се добива слика на функционалната зависност на испитуваниот напон од времето.

Оваа примена на катодната цевка е искористена кај катодниот осцилограф, но и кај низа медицински електронски уреди кај што се испитуваат разни биопотенцијални импулси.

Кај катодната цевка од CRT-телевизорите, отклонувањето на електронскиот сноп се прави со магнетно управување на снопот. Таму, со помош на два пара нормални калема, кај кои со промена на струјата се менува магнетската индукција, се врши отклонување (Лоренцова сила) на електронскиот сноп во правец лево-десно и горе-долу.

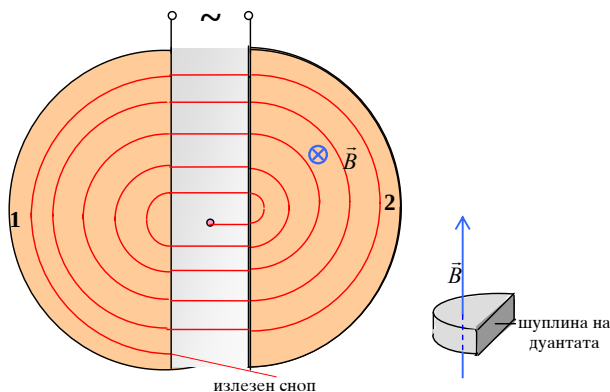
11.9.3 Забрзувачи на наелектризирани честички. Циклотрон

Забрзувачи (акцелератори) на наелектризирани честички се уреди во кои под дејство на електрични и магнетни полиња се создаваат и насочуваат високоенергетски честички (електрони, протони, позитрони, антипротони, мезони и слично). Секој акцелератор е наменет за одреден тип честички што во него се забрзуваат. Секој акцелератор има карактеристична енергијата што може да се добие, дефинирана распоредбата на честичките според енергија, како и по интензитетот на снопот.

Постојат различни поделби на акцелераторите според нивните основни карактеристики. Така, според траекторијата на честичките кои се забрзуваат, постојат линеарни, циклични и индуccionи забрзувачи.

Овде ќе се задржиме само на **циклотронот**, кој претставува цикличен резонантен забрзувач најчесто за честички со поголема маса (протони, јони).

Принципна шема на овој уред е дадена на сликата 11.30. Меѓу половите на силен електромагнет е поставена вакумирана комора во која се наоѓаат две електроди-дуанти (1 и 2 на сл.)



Сл. 11. 30. Циклотрон и двата негови дуанти (полуцилиндри).

Дуантите имаат полуцилиндрична форма со шуплина во нивната внатрешност, види ја сликата десно, на која е прикажан изгледот на едната од дуантите. Тие се поврзани со извор на променлив електричен напон, така што во просторот меѓу нив (обоен сиво) се создава променливо електрично поле. Магнетното поле е нормално на дуантите.

Ако наелектризирана честичка се најде во просторот меѓу дуантите, таа под влијание на електричното поле се движи кон дуантата со спротивен знак со забрзување. Со зголемена брзина таа навлегува во шуплината на дуантата каде што електричното поле е еднакво на нула (сетете се дека електричното поле во шупливи тела е еднакво на нула). Но, бидејќи честичката со полнеж има некоја брзина, на неа магнетното поле дејствува со Лоренцовата сила која предизвикува движење на честичката по кружница со радиус $r = \frac{mv}{eB}$, сè до излегувањето од

дуантата. Штом ќе се најде во просторот меѓу дуантите на честичката дејствува електричното поле. Истовремено, при излегувањето од дуантата се променил поларитетот на дуантите, па сега онаа другата станала спротивна по знак на честичката што се забрзува. Така сега честичката се движи кон спротивната дуанта, забрзувајќи се до моментот на навлегувањето во нејзината шуплина. При тоа, честичката добила поголема брзина, па при навлегувањето во шуплината на втората дуанта, под влијание на магнетното поле, таа опишува полукружница со поголем радиус, сè до нејзиното излегување од оваа дуанта.

За да се овозможи непрекинато забрзување на честичките во циклотронот, нужно е да биде исполнет условот за синхронизација (“резонанс”) меѓу периодот на ротација на честичката ($T = \frac{2\pi m}{QB}$) во магнетното поле и периодот на променливото електрично поле што се

донесува на дуантите. Така честичката сè повеќе се забрзува, па откако ќе ја направи последната полукружница, таа излегува со многу голема брзина (енергија).

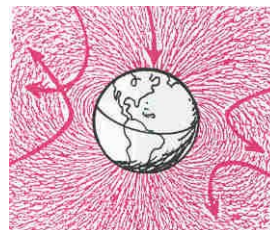
Со помош на циклотрон, протоните можат да се забрзуваат и до енергии од 20 MeV. Натамошно забрзување не е можно, поради релативистичката промена на масата за брзини блиски до брзината на светлината. Така, при енергија на електронот од 0,5 MeV масата на електронот станува два пати масата во мирување $m_e = 2 m_{0e}$, а при енергија од 10 MeV, $m_e = 28 m_{0e}$. Како последица на промената на масата доаѓа до промена на периодот на ротацијата на честичката. Од овие причини циклотронот воопшто не е погоден за забрзување на електроните.

Овој проблем е надминат кај **синхроциклотронот (фазотронот)**. Кај овие уреди зголемувањето на периодот на ротацијата, поради релативистичката промена на масата се компензира со соодветно зголемување на магнетната индукција (синхотрон), или со соодветна промена на фреквенцијата на променливото електрично поле со што се подесува синхронизацијата меѓу ротацијата и промената на електричното поле меѓу дуантите.

Движењето на наелектризираните честички во електрично и во магнетно поле се користи и кај други уреди, како што се: масен спектрограф, електронски микроскоп и др. Кај **масениот спектрограф** со помош на комбинација на електрично и магнетно поле се овозможува одделување на изотопите на елементите, бидејќи нивните траектории во овие полиња ќе се разликуваат поради разликите во специфичните електрични полнежи (Q/m) кои за јоните на разните изотопи на ист елемент се разликуваат. Кај **електронскиот микроскоп** со помош на различна геометрија на електрични, односно магнетни полиња се овозможува насочено движење на електронските снопови, нивно фокусирање, односно движење слично на светлината кај оптичкиот микроскоп.

11.9.4. Лоренцова сила во природата

Лоренцовата сила игра многу голема улога во природни услови. Кога космичките зраци (најчесто наелектризирани честички) ќе упаднат во Земјиното магнетно поле, тие се отклонуваат, главно кон половите, со што живиот свет на Земјата е заштитен од прекумерни јонизирачки зрачења (сл. 11.31).

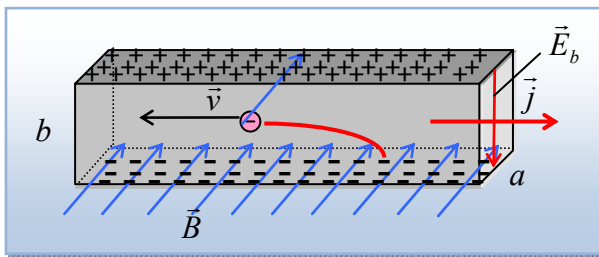


Сл. 11.31

11.10 Холов ефект

Во 1879 година американскиот физичар Хол (Edwin Herbert Hall, 1855 - 1938) открил ефект кој денес го носи неговото име, а кој се објаснува со дејството на Лоренцовата сила врз наелектризираните честички во движење. Во што е суштината на овој ефект?

Низ парче метал со форма на квадар (денес се знае дека ефектот се јавува и кај полупроводниците) тече струја со определена насока (сл.11.32). Ако металот е поставен во магнетно поле со индукција $\vec{B}$, се создава електрично поле $\vec{E}_b$.



Сл.11.32

Лесно е да одговориме зошто се јавува ова електрично поле. Знаеме дека течење на струја низ метал се должи на движење на електрони со брзина $\vec{v}$, насочена спротивно од векторот на густината на струјата $\vec{j}$.

На електронот дејствува Лоренцова сила, дадена со релацијата:

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B}), \quad (11.77)$$

поради која ќе дојде до скршнување на електроните надолу. Тоа ќе доведе до натрупување на електрони на долната страна од квадарот, а на горната ќе има вишок на позитивни полнежи. Се јавува електрично поле $\vec{E}_b$, а во услови на динамичка рамнотежа, силата на електроостатското поле ќе се урамнотежи со Лоренцовата сила:

$$-e\vec{E}_b = -e(\vec{v} \times \vec{B}) ; \quad E_b = vB \quad ; \quad \frac{\Delta V_b}{b} = vB \Rightarrow \Delta V_b = vbB \quad (11.78)$$

Настанатото електрично поле $\vec{E}_b$, создало потенцијална разлика ΔV_b која е пропорционална на големината на магнетната индукција. Од познатата врска помеѓу густината на струјата и брзината на носителите на струјата (овде електроните), може да се определи брзината на електроните: :

$$\Delta V_b = vbB = \frac{1}{ne} jBb \quad (11.80)$$

Ако се воведи константа $R_B = \frac{1}{ne}$ која се вика **Холова константа** и која зависи од природата на супстанцијата, за напонот долж страната b се добива изразот за Холовиот напон:

$$\Delta V_b = \frac{1}{ne} jBb = R_B jBb \quad (11.81)$$

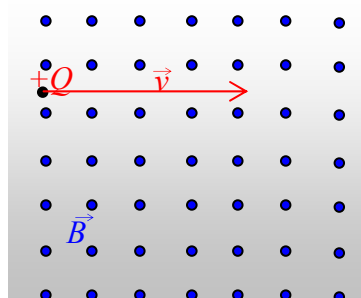
Преку мерење на напонот што се добива од овој ефект, при позната магнетска индукција, густината на струјата и димензијата b може да се определи вредноста на Холовата константа, а од неа концентрацијата на електроните за дадена супстанција. Или, пак, ако е позната Холовата константа, тогаш преку со мерење на напонот може да се определи магнетската индукција на некое место во просторот.

Инаку преку Холовиот ефект може да се суди и за спроводливоста на полупроводниците, како и за концентрацијата на електроните или шуплините што ја чинат спроводливоста на полупроводниците, за што вие пошироко ќе слушате во повисоките курсеви на физиката.

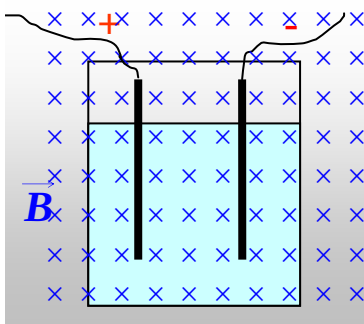
Во квантната физика се изучува **Квантен Холов ефект** којшто е квантна верзија на Холовиот ефект. Забележана е кај дводимензионални електронски системи при ниски температури и многу силни магнетни полиња, при што Холовата константа на специфичната спроводливост σ_{xy} има квантизирани вредности.

ПРАШАЊА И ПРОБЛЕМИ

1. Сноп алфа честици (да се потсетиме, тоа се позитивни честици) влетува со некоја брзина во хомогено магнетно поле нормално на движењето, со насока према нас. (На сликата 11.33, поради нагледноста нацртана е само една честица). По каква траекторија ќе се движи честицата?



Сл.11.33



Сл. 11.34

2. Како ќе се одрази на движењето на јоните во електролитната ќелија од сликата 11.34 магнетното поле $\vec{B}$ со насока прикажана на сликата?
3. Како ќе изгледа сликата на екранот од даден катоден осцилоскоп ако на отклонските плочици на кој вообичаено се донесува пилест напон, наместо пилест се донесе прав напон?

4. Како ќе изгледа сиката на екранот ако на отклонските плочки на кои се донесува пилест напон се донесе наместо пилест наизменичен напон ?

Пример задачи

5. Електрон забрзан со разлика на потенцијал од $V_0 = 1 \text{ kV}$ влетува во просторот меѓу плочите на еден кондензатор меѓу кои постои напон од $V = 0,1 \text{ kV}$ нормално на полето. Да се определи големината, правецот и насоката на електронот во моментот на излегувањето од кондензаторот, а исто така неговото поместување на екранот кој се наоѓа на растојание $L = 1 \text{ m}$, ако должината на плочите е $b = 20 \text{ cm}$, а растојанието меѓу нив е $d = 2 \text{ cm}$.

Решение:

Задачата се сведува на движење на наелектризирана честица во хомогено електрично поле.

Се тргнува од II Њутнов закон:

$$m\vec{a} = Q\vec{E}$$

односно :

$$m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = Q\vec{E} \quad \Rightarrow \quad d\vec{v} = \frac{Q}{m} \vec{E} dt$$

од каде со интеграција се добива:

$$\vec{v} = \frac{Q}{m} \vec{E} t + \vec{C}_1$$

Вредноста на константата се определува преку познавање на брзината во почетокот, при $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_0 \Rightarrow \vec{C}_1 = \vec{v}_0$ па се добива:

$$\vec{v} = \frac{Q}{m} \vec{E} t + \vec{v}_0 \quad (*)$$

Равенката (8) може да се прикаже преку проекциите во насока на координатните оски на систем прикажан на сликата 11.35.

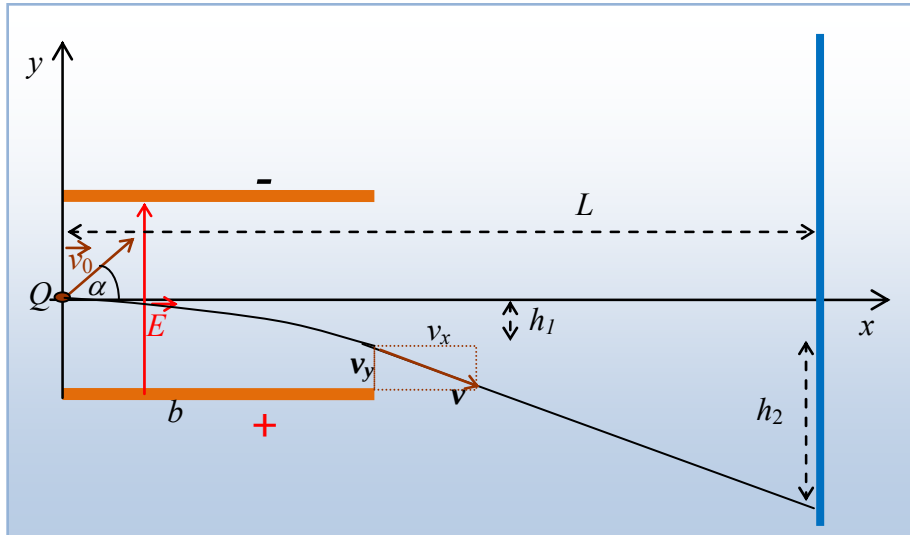
Бидејќи : $E_y = E$; $E_x = 0$; $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ а $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ ќе биде :

$$\begin{aligned} v_y &= \frac{Q}{m} E t + v_{0y} & v_x &= v_{0x} \\ v_y &= \frac{Q}{m} E t + v_0 \sin \alpha & v_x &= v_0 \cos \alpha \end{aligned}$$

Ако овие две равенки се интегрираат, се добива:

$$y = \int \frac{QE}{m} t \cdot dt + \int v_0 \sin \alpha \cdot dt + C_2 \quad ; \quad x = \int v_0 \cos \alpha \cdot dt + C_3$$

Вредноста на двете константи на интеграција се добиваат од почетната положба: при $t = 0$, $x = 0$ и $y = 0$, па и константите имаат нулти вредности.



Сл. 11.35

Па ќе биде:

$$y = \frac{QE}{m} \frac{t^2}{2} + v_0 \sin \alpha \cdot t \quad ; \quad x = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad (**)$$

Овие две равенки претставуваат параметарски равенки на движењето на наелектризираната честица во хомогено електрично поле. Равенката на траекторијата на движење, претставена со помош на координатите се добива со елиминирање на параметарот t . Тоа се прави така што од втората равенка за x се определува времето t и истото се внесува во равенката за y ; па се добива:

$$y = \frac{QE}{2mv_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x$$

а при $\alpha=0$, оваа равенка поминува во:

$$y = \frac{QE}{2mv_0^2} x^2 \quad (***) \text{ а тоа е парабола.}$$

Ако се земат предвид условите на задачата, за координатите, според (**) ќе се добие:

$$y = \frac{eE}{m} \frac{t^2}{2} \quad ; \quad x = v_0 \cdot t$$

Во моментот на излегувањето од просторот помеѓу плочите $x=b$, $y=h_1$, $t=t_1$, па ќе биде:

$$t_1 = \frac{b}{v_0} \quad ; \quad v_y = \frac{eVb}{mv_0 d} \quad ; \quad h_1 = \frac{eV}{2md} \frac{b^2}{v_0^2} .$$

Брзината на електронот во моментот на излегувањето ќе биде:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{eVb}{mv_0 d} \right)^2},$$

а нејзиниот правец зафаќа агол α_1 со x -оската, така што:

$$\tan \alpha_1 = \frac{v_y}{v_0} = \frac{eVb}{mv_0^2 d}.$$

Вкупното поместување на екранот е:

$$h = h_1 + h_2$$

при што, под h_2 се подразбира:

$$h_2 = (L - b) \tan \alpha_1 = (L - b) \frac{eVb}{mv_0^2 d}$$

Значи:

$$h = \frac{eV}{2md} \frac{b^2}{v_0^2} + (L - b) \frac{eVb}{mv_0^2 d} = L \frac{eVb}{mv_0^2 d} - \frac{eV}{2md} \frac{b^2}{v_0^2}.$$

Почетната брзина v_0 се добива од:

$$\frac{mv_0^2}{2} = eV_0 \quad ; \Rightarrow \quad v_0^2 = \frac{2eV_0}{m} \quad v_0 = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}.$$

Ако се внесат бројните вредности, се добива:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}} = 1,87 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad \alpha_1 \approx 27^\circ; \quad h = 6 \text{ mm}$$

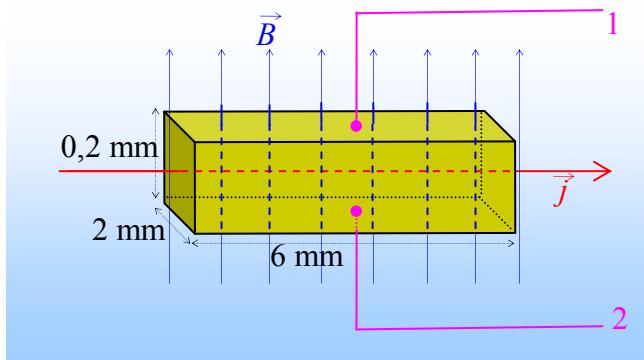
6. Да се определи брзината со која од циклотронот излегува еден протон ако магнетната индукција $B = 1 \text{ T}$, а радиусот на циклотронот е $R = 0,2 \text{ m}$.

Решение:

Може да се смета дека последната кружница на протонот е еднаква со радиусот на циклотронот, па:

$$R = \frac{vm}{eB}; \Rightarrow \quad v = \frac{eRB}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} 0,5 \cdot 1}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 47,9 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

7. На сликата 11.36 е скициран еден “Холов елемент” со неговите димензии. Елементот е направен од бизмут кој содржи приближно 10^{27} слободни електрони во 1 m^3 . Пресметајте го напонот помеѓу точките 1 и 2 на елементот, ако низ него тече струја од 1 A , а модулот на магнетската индукција е $1,7 \text{ T}$. Магнетната индукција е нормална на течењето на струјата, во насока означена како на сликата.



Решение:

Според (11.81) за напонот ΔV_b се добива:

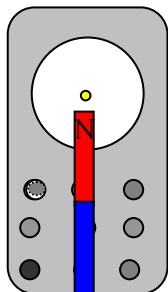
$$\Delta V_b = \frac{1}{ne} jBb.$$

Ако наместо густина на струја, се внесе односот помеѓу јачината и напречниот пресек, ќе се добие:

Сл. 11.36

$$\Delta V_b = \frac{1}{ne} jBb = \frac{1}{ne} \frac{I}{ab} Bb = \frac{1}{ne} \frac{I}{a} B = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1,7}{10^{27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,002} \approx 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

8. Лоренцовата сила игра многу голема улога во природни услови. Кога космичките зраци (најчесто наелектризирани честици) ќе упаднат во Земјиното магнетно поле, тие се отклонуваат, главно кон половите, со што живиот свет на Земјата е заштитен од прекумерното зрачење. Објаснете го поопширно овој феномен.



Сл.а

9. Врз екранот на еден катоден осцилоскоп паѓа сноп електрони, така што на екранот се гледа мирна точка. Каде ќе се придвижи точката ако до екранот доближите северен магнетен пол од еден прачкест магнет (како на сликата а). Објаснете ја појавата.

Пример задачи

10. Електрон се движи со брзина $2,0 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ во магнетно поле со магнетна индукција $B=0,1 \text{ T}$, нормално на магнетните силиви линии. Определете ја неговата траекторија.

Решение:

Електронот се движи по кружница со радиус определен со релацијата (11.68):

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,0 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

11. Протон се движи вертикално нагоре со брзина $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ во хомогено магнетно поле при што на него дејствува сила од $8 \cdot 10^{-14} \text{ N}$ која е насочена кон запад. Кога протонот се движи хоризонтално кон север, на него полето не дејствува. Колкава е магнетната индукција на тоа поле и какви се нејзините правец и насока?

Решение:

Бидејќи на протонот кога тој се движи кон север не дејствува магнетното поле, јасно е дека магнетните силиви линии се во правец север-југ. Правилото на трите прсти на левата рака (односно на десниот винт) укажува дека магнетната индукција има насока од југ кон север, за да отклонувањето на протонот биде кон запад, ако тој се движи вертикално нагоре. Големината на магнетната индукција ќе се најде според (11.65) :

$$B = \frac{F}{Qv} = \frac{8 \cdot 10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^6} = 0,1 \text{ T}.$$

12. Електрон што бил забрзан со потенцијална разлика $V = 900 \text{ V}$ влетува во хомогено магнетно поле со магнетска индукција $B = 1 \text{ mT}$, при што векторот на брзината зафаќа агол $\alpha = 60^\circ$ со магнетните силиви линии. Да се определи траекторијата на движењето на електронот.

Решение:

Ова е пример на движење, опишано со сликата 11.24. Траекторијата е винтова спирала со оска паралелна со магнетската индукција B .

Брзината на електронот се определува од:

$$\frac{mv^2}{2} = eV \text{ од каде што } v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 900}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,95 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Според (11.71) чекорот на спиралата ќе биде:

$$h = v \cos \alpha \frac{2\pi m}{BQ} = v \cos \alpha \frac{2\pi m}{Be} = 34 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

Додека, пак, радиусот на спиралата ќе биде:

$$r = \frac{mv_{\perp}}{QB} = \frac{mv \sin \alpha}{eB} = 9,53 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$