

6. ЕЛЕКТРОМОТОРНА СИЛА. РАЗГРАНАТИ КОЛА

6.1. НАДВОРЕШНИ СИЛИ. ЕЛЕКТРОМОТОРНА СИЛА

За да се овозможи постојано течење на струја во едно струјно коло, потребно е на полнежите што извираат од изворот на ЕМС да дејствуваат надворешни сили од неелектрична природа кои постојано ќе создаваат потенцијална разлика помеѓу половите. Тие сили ќе ги бележиме со F_a , и обично се викаат **надворешни сили** и можат да бидат од различна природа. На пример, кај галванските елементи (батериите) силите се јавуваат како резултат на хемиските реакции кои настануваат на двата пола на изворот; кај генераторите на наизменичната струја силите се јавуваат за сметка на енергијата на магнетното поле и механичката енергија на роторот и. т. н.

Улогата на изворот на ЕМС, всушност, е иста како улогата на една пумпа за вода во водоводниот резервоар, која понатаму овозможува течење на водата во даден хидроуличен систем.

За сметка на работата на надворешните сили, полнежите во внатрешноста на изворот на струјата се пренесуваат во насока спротивна од насоката на електростатското поле, па така, благодарение на тоа, на краевите од надворешното коло се одржува постојана потенцијална разлика која овозможува низ колото да тече постојана струја.

Надворешните сили, кои ги поместуваат полнежите, вршат работа. *Физичката величина, определена со работата што се врши од надворешните сили W_a за пренесување на единичен електричен полнеж се вика **електромоторна сила** ($\mathcal{E}$):*

$$\mathcal{E} = \frac{W_a}{Q_0} \quad (6.1)$$

Оваа работа се врши за сметка на енергијата што се троши од изворот на ЕМС. Затоа величината $\mathcal{E}$ може, исто така, да се вика **електромоторна сила на изворот на струја**. *Електромоторната сила се мери со волти, исто како и потенцијалот и напонот.*

Надворешната сила која дејствува врз полнежот Q_0 може да се изрази како:

$$\vec{F}_a = Q_0 \vec{E}_a \quad (6.2)$$

каде што $\vec{E}_a$ е јачина на електричното поле создадено од надворешните сили. Работата на надворешните сили за пренесување на полнеж Q_0 низ затворениот дел од колото со должина dl е:

$$dW_a = Q_0 \vec{E}_a d\vec{l}.$$

Работата што се врши за преносот на Q_0 по должината на целото коло, од едниот до другиот пол на изворот е интеграл по затворена крива:

$$W_a = \oint Q_0 \vec{E}_a d\vec{l} = Q_0 \oint \vec{E}_a d\vec{l}. \quad (6.3)$$

Ако оваа релација ја поделиме со Q_0 , за електромоторната сила се добива:

$$\mathcal{E} = \frac{W_a}{Q_0} = \oint \vec{E}_a d\vec{l}. \quad (6.4)$$

Од оваа релација се гледа дека *електромоторната сила што дејствува во електрично коло е определена со циркулацијата на векторот на јачината на електричното поле.*

Напомена: Наместо поместување ds коешто се користеше во поглавјето 3, овде употебуваме dl , бидејќи станува збор за поместување долж струјното коло.

Електромоторната сила која ќе се јави на дел од колото, помеѓу точките 1 и 2 е дадена со:

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{E}_a d\vec{l}. \quad (6.5)$$

На електричниот полнеж Q_0 освен надворешните сили дејствуваат и силите на електростатското поле $\vec{F}_e$ кои се дадени со:

$$\vec{F}_e = Q_0 \vec{E}_e \quad (6.6)$$

Резултантната сила која дејствува на полнежот Q_0 на делот од струјното коло помеѓу точките 1 и 2 е:

$$\vec{F}_{12} = Q_0 (\vec{E}_a + \vec{E}_e) \quad (6.7)$$

а работата што таа резултантна сила ја врши на тој дел од колото е:

$$W_{12} = Q_0 \left[\int_1^2 \vec{E}_a d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_e d\vec{l} \right] \quad (6.8)$$

Имајќи го предвид изразот (6.5) како и од порано изведената релација за врска помеѓу потенцијалната разлика и јачината на електричното поле, изразот (6.8) може да се запише:

$$W_{12} = Q_0 \mathcal{E}_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (6.9)$$

Величината што е бројно еднаква на работата извршена од електростатските и од надворешните сили за пренесување на единичен позитивен полнеж се вика **пад на напон**, или едноставно **напон** меѓу точките 1 и

2. Согласно (6.9), напонот меѓу точките 1 и 2 од струјното коло е даден со релацијата:

$$V_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12} \quad (6.10)$$

Овде ќе го обопштиме поимот напон. Досега сметавме дека разлика на потенцијалите е напон меѓу две точки од струјно коло. И тоа е точно за таков дел од струјно коло кога меѓу двете точки што ги набљудуваме не постои извор на електромоторна сила. Таквиот дел на колото го викаме **хомоген дел од струјното коло**. Но, ако помеѓу набљудуваните точки се наоѓаат и извори на струја, тогаш тој дел се вика **нехомоген дел на колото**, и за него вкупниот напон е даден со релацијата 6.10. За хомоген дел од струјно коло важи $V_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2)$ и ние досега за вакви напони зборувавме (видете, на пример, Омов закон за дел од струјно коло).

Ако колото е затворено, тогаш работата на електростатските сили е еднаква на нула, $(\varphi_1 = \varphi_2)$ и тогаш, според релацијата (6.9)

$$W_{12} = Q_0 \mathcal{E}_{12} \quad \text{односно} \quad V_{12} = \mathcal{E}_{12} \quad (6.11)$$

Произлегува дека напонот е еднаков на електромоторната сила.

6.1.1. Омов закон за нехомоген дел од колото

Бидејќи напонот во случај на нехомоген дел на колото е даден со релацијата (6.10), тогаш односот помеѓу напонот и отпорот во тој дел од струјното коло ќе ја дадат јачината на струјата, или:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R} \quad (6.12)$$

Овој израз може да се запише и како:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \quad (6.13)$$

Падот на напонот (IR) меѓу било кои две точки од нехомоген дел на дадено електрично коло е еднаков на потенцијалната разлика меѓу тие две точки и електромоторна сила на изворот што се наоѓа меѓу нив.

За затворено коло важи дека $\varphi_1 = \varphi_2$, па Омовиот закон, според (6.12), ќе гласи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (6.14)$$

При тоа овде $\mathcal{E}$ е електромоторната сила на изворот што дејствува во даденото струјно коло, а R е вкупниот отпор во колото. Во општ случај вкупниот отпор R е:

$$R = R_a + r \quad (6.17)$$

Каде што R_a е отпорот во надворешниот дел од струјното коло, а r е внатрешниот отпор на изворот. Имајќи ја предвид оваа релација, може да се запише:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_a + r} \quad (6.18)$$

Изразот (6.18) е познат во физиката како **Омов закон за цело струјно коло**.

Ако во делот на струјното коло не постои извор $\mathcal{E}_{12}=0$, изразот (6.12) поминува во :

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{V_{12}}{R} \quad (6.19)$$

што, всушност беше наречен **Омов закон за хомоген дел од струјно коло**. Оваа струја се нарекува **струја на кус спој**.

Релацијата (6.12) укажуваа на уште нешто. Ако струја не тече, тогаш $I=0$, па колото не е затворено:

$$I = 0 \quad ; \quad -(\varphi_1 - \varphi_2) = \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E} = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (6.20)$$

т.е. **електромоторна сила (ЕМС) приложена на едно отворено струјно коло е еднаква на разликата во потенцијалот на неговите краеве**. Оваа потенцијална разлика (напон) се нарекува **напон на отворено коло**. Значи, ако сакаме да ја измериме ЕМС на батеријата (или кој и да било извор на ЕМС) треба да ја измериме разликата на потенцијалите на неговите полови, кога не постои надворешно струјно коло.

Пример задача

Со мерење било утврдено дека ЕМС на еден оловен акумулатор е $\mathcal{E}=2,08 \text{ V}$. Ако за акумулаторот се поврзе отпорник со отпор $R=0,5 \Omega$, тогаш низ колото ќе биде измерена јачина на струја $I=4,02 \text{ A}$. Да се определи внатрешниот отпор на акумулаторот r ?

Решение:

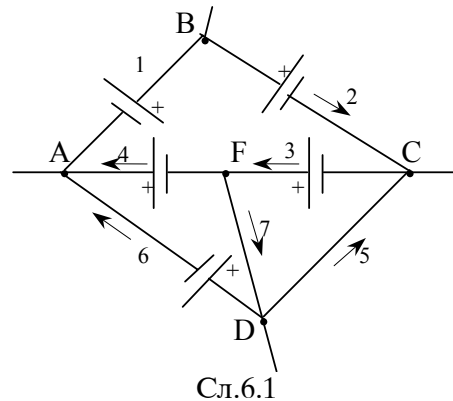
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{\mathcal{E} - RI}{I}$$

или:

$$r = \frac{2,08 - (4,02 \cdot 0,5)}{4,02} = 0,0174 \Omega.$$

6.2. Разгранети струјни кола. Кирхофови правила

Досега разгледувавме кола кои не беа разгранети. Задачите поврзани со разгранети струјни кола се решаваат со примена на Кирхофовите правила. Тоа се две правила формулирани кон средината на XIX век од германскиот физичар Густав Кирхоф (Kirchhoff Gustav Robert, 1824-1887), а во нивната основа лежат законот за запазување на електричните полнежи и законот за запазување на енергијата. Пример за едно разгрането струјно коло е даден на сликата 6.1.



Сл.6.1

На примерот од сликата има повеќе точки на гранање: A, B, C, D, F, во кои се соединуваат три или повеќе спроводници и се нарекуваат јазли. Помеѓу точките на разгранување се наоѓаат гранките: 1, 2, ... 7, кои имаат определени отпори: $r_1, r_2, \dots, r_7$, а можат да содржат и извори на ЕМС: $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_7$. Даденото сложено струјно коло може да биде дел од некое друго, уште посложено коло.

Првото Кирхофово правило се однесува на јазлите на колото. Притоа, струјата што во даден јазол втекува, сметаме дека има еден знак, а струјата што истекува има друг знак.

Првото Кирхофово правило вели дека алгебарската сума на струите кои поминуваат низ даден јазол е еднаква на нула:

$$\sum I_i = 0 \quad (6.21)$$

Ова правило е последица на равенката на континуитетот, односно на законот за запазување на полнежите. Покажавме дека за постојана струја важи дека:

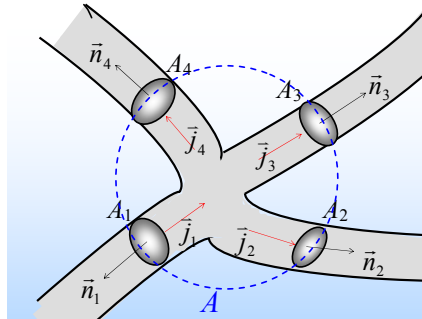
$$\nabla \vec{j} = \text{div } \vec{j} = 0,$$

следува дека флуksот на векторот на густината на струјата кај стационарните струи е еднаков на нула, бидејќи покажавме дека е:

$$\int_V \text{div } \vec{j} d\tau = \oint_A \vec{j} d\vec{A}, \text{ видете го поглавјето (5.2), тогаш јачината на струјата}$$

I за една јазолна точка е дадена со:

$$I = \oint_A \vec{j} d\vec{A} = 0 \quad (6.22)$$



Сл.6.2. Јазолна точка од струјното коло.

Равенката (6.22) покажува дека во случај на временски константна струја, нејзината вкупна јачина низ некоја затворена површина е еднаква на нула. Овој исказ претставува најопшта форма на првото Кирхофово правило. Ова може да се објасни со помош на цртежот од сликата 6.2 на кој е скициран еден јазол. Го пресметуваме флуksот на векторот на густината на струјата $\vec{j}$ низ затворена површина A , на сликата претставена со испрекинатата сина линија. Векторот $\vec{j}$ има вредности различни од нула, само на пресеците A_1 , A_2 , A_3 , и A_4 од затворената површина, па следува:

$$\oint_A \vec{j} d\vec{A} = \oint_{A_1} \vec{j}_1 d\vec{A}_1 + \oint_{A_2} \vec{j}_2 d\vec{A}_2 + \oint_{A_3} \vec{j}_3 d\vec{A}_3 + \oint_{A_4} \vec{j}_4 d\vec{A}_4 = 0 \quad (6.23)$$

односно:

$$-I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0 \quad (6.24)$$

Како што се гледа сумата е алгебарска, бидејќи струите се со различни знаци, $I_1 = \oint_A \vec{j}_1 d\vec{A}_1$ е негативна, а другите се позитивни.

Потсетете се само дека векторот на површина $d\vec{A}$ има насока на нормалата на површината од центарот на кривината, па скаларниот производ $\vec{j}_1 d\vec{A}_1$ во конкретниот случај е негативен.

Равенката (6.21) може да се запише за секој од јазлите на едно струјно коло. Нив ги има N , онолку колку што има јазли, но независни променливи се $N-1$.

Второто Кирхофово правило се однесува на која и да било затворена контура, на пример, контурата ABCFA од сликата 6.1. За секој одделен дел од затворената контура може да се примени Омовиот

закон. Тогаш, за потенцијалната разлика помеѓу точките А и В, согласно (6.13), се добива:

$$\begin{aligned}\varphi_A - \varphi_B &= I_1 R_1 - \mathcal{E}_1 \\ \varphi_B - \varphi_C &= I_2 R_2 - \mathcal{E}_2 \\ \varphi_C - \varphi_F &= I_3 R_3 - \mathcal{E}_3 \\ \varphi_F - \varphi_A &= I_4 R_4 - \mathcal{E}_4\end{aligned}\tag{6.25}$$

Ако овие равенки се соберат, се добива дека сумата на сите членови од левата страна е еднаква на нула. Оттука лесно може да се добие дека:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4.$$

Сличен резултат би добиле за која и да било затворена контура, па затоа може да се напише:

$$\sum I_i R_i = \sum \mathcal{E}_i\tag{6.27}$$

Оваа равенство го дава II Кирхофово правило. Секој од производите $I_i R_i$ го дава падот на напонот на соодветниот дел од струјното коло кога ЕМС на тој дел не би постоела, т.е. тоа е пад на напонот предизвикан од струјата. Правилото може да се искаже: **за секоја затворена контура алгебарската сума на сите падови на напони еднаква е на алгебарската сума на сите електромоторни сили во дадената контура.**

И овој закон е последица на еден од универзалните закони - законот за запазување на енергијата, или потенцијалот како енергетска карактеристика на полето. Го добивме како последица на тоа што електричниот напон по затворена контура е еднаков на нула, а тоа се сведува на основното својство на електростатското поле: работата при движење на полнеж по затворена контура е еднаква на нула. Ова може да се искаже со релацијата (види равенка (3.7) од поглавјето 3.1):

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0\tag{6.28}$$

(интеграл по должината на произволна контура на една разгранатата мрежа) Овој израз го дава Второто Кирхофово правило во општа форма. Во неа треба интегралот да се прикаже преку напоните на краевите на отпорниците и електромоторните сили на изворите кои се наоѓаат во таа контура. Оваа општа форма на правилото обично не се користи.

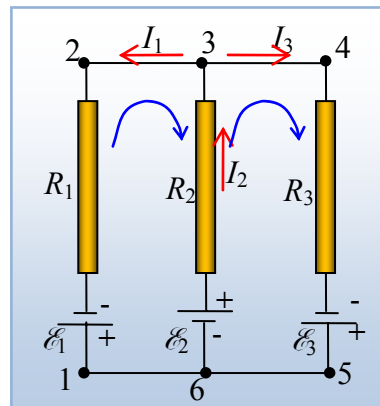
Најчесто се користи изразот (6.27). Равенката 6.27 може да се запише за сите затворени контури кои може мисловно да ги одделиме во разгранетото струјно коло. Меѓутоа, независни ќе бидат само тие равенки на оние контури, кои не се добиваат со преклопување на други контури.

Пример

За колото, дадено со сл. 6.3, може да се состават равенки за следниве три контури:

- 1) за контура 1-2-3-6-1;
- 2) за контура 5-4-3-6-5
- 3) за контура 1-2-3-4-5-6-1

Последната од овие контури се добива со преклопување на првите две, затоа сите три равенки добиени за трите контури нема да бидат независни. Независни ќе бидат било кои две од трите равенки.



Сл. 6.3

При составување на равенките за Второто Кирхофово правило, на струите и на ЕМС, треба да им се припишат знаци во согласност со одбраната насока на обиколување. На пример, струјата I_1 , на сликата 6.3 треба да се земе за негативна, бидејќи тече наспроти насоката на обиколувањето. На ЕМС $\mathcal{E}_1$ исто треба да ѝ се припише негативен знак, бидејќи таа дејствува во спротивната насока од насоката на обиколувањето и т.н.

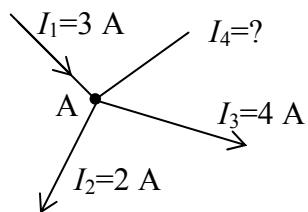
Насоката на обиколување во секоја затворена контура може да се избере сосема произволно и независно од насоката на обиколувањето во преостанатите контури. Притоа, може да се случи една иста струја или ЕМС во разни равенки да влезат со различни знаци (таков е случајот на струјата I_2 при претпоставените насоки на обиколување, на примерот од сликата 6.3). Меѓутоа тоа не игра никаква принципна улога, бидејќи промената на насоката на обиколувањето значи промена на знаците во сите равенки дадени со (6.27). При составувањето на равенките треба да се има на ум дека во секој пресек на неразгранат дел од колото тече истата струја. На пример на делот од точката 6 до изворот $\mathcal{E}_2$ тече иста струја како и таа од изворот до точката 3.

При користење на овие правила се добиваат онолкув број независни равенки, колкав што е бројот на различните струи кои течат во разгранетите кола. Така, при познавање на ЕМС и отпорите во сите гранки може да се пресметаат сите струи. Може да се решаваат и задачи од друг тип, да се пресметаат вредностите на ЕМС кои треба да се вклучат во некои делови од колото за да се добијат бараните јачини на

струите. Решавањето на задачите од овој вид се сведуваат на решавање на алгебарски равенки од прв ред. За сложени кола тоа доведува до решавање на детерминанти од повисок ред.

Пример задача 1

Да се определи јачината на струјата I_4 од сликата 6.4.



Сл. 6.4

Решение:

Се применува Првото Кирхофово правило за јазолот А:

$$-I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

$$-3 + 2 + 4 + I_4 = 0$$

$$I_4 = -3 \text{ A}$$

Смислата на знакот минус кај струјата I_4 е дека во јазолот А струјата втекува исто како што и струјата I_1 втекува, а за неа го одбравме негативниот знак.

Пример задача 2

На сликата 6.3 (дадена на претходната страница), дадени се отпорите $R_1 = 2 \Omega$ и $R_2 = 3 \Omega$ како и ЕМС $\mathcal{E}_1 = 8 \text{ V}$ и $\mathcal{E}_3 = 5 \text{ V}$. Ако низ потрошувачот R_3 тече струја со јачина $I_2 = 1 \text{ A}$, да се определи:

- а) колкава е електромоторната сила $\mathcal{E}_2 = ?$
- б) колкава струја тече низ потрошувачите R_1 и R_2 ?

Решение:

Струјната мрежа има два јазла: точките 3 и 6.

За јазолот 3 важи:

$$-I_2 + I_1 + I_3 = 0 \quad (1)$$

а за јазолот 6:

$$I_2 - I_1 - I_3 = 0$$

Како што се гледа, равенките не се независни, имено секоја од нив со множење со (-1) ја дава другата.

Ако се примени Второто Кирхофово правило за контурите 1-2-3-6-1 и 3-4-5-6-3, се добива:

$$-I_1 R_1 - I_2 R_2 = -\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \quad (2)$$

$$I_3 R_3 + I_2 R_2 = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2 \quad (3)$$

Ако се заменат бројните вредности во равенките (1), (2) и (3) се добиваат следниве равенки:

$$-1 + I_1 + I_2 = 0$$

$$-2I_1 - 4 = -8 - \mathcal{E}_2$$

$$3I_3 + 4 = 5 + \mathcal{E}_2$$

Со решавање на овие три равенки се добиваат следниве резултати:

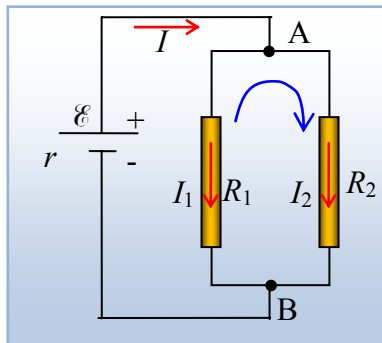
$$I_1 = 1.2 \text{ A}; I_3 = -0.2 \text{ A}; \mathcal{E}_2 = -1.6 \text{ V}.$$

За $\mathcal{E}_2$ добивме негативен знак, тоа значи дека тој е спротивен на оној што е зададен на сликата. Истото се однесува и на струјата I_3 која, всушност тече од 4 кон 3, а не онака како е означено на цртежот.

6.3. ПАРАЛЕЛНО И СЕРИСКО ВРЗУВАЊЕ НА ОТПОРНИЦИ (ПОТРОШУВАЧИ)

6.3.1. Паралелно поврзување на отпорници и шунтирачки отпор

Во едно струјно коло, како на сликата подолу, во кое има извор на ЕМС $\mathcal{E}$ со внатрешен отпор r , се вклучени два отпорника R_1 и R_2 . Точките А и В се јазли на разгранување. Нека ја одбереме за позитивна насоката на обиколување, насоката на стрелките на часовникот (сл. 6.5).



Сл. 6.5

За јазолот А ќе важи :

$$I - I_1 - I_2 = 0 \quad (6.29)$$

Со примена на второто Кирхофово правило на контурите AR_2BR_1A и $AR_1B\mathcal{E}A$, се добиваат следниве равенки:

$$-I_1R_1 + I_2R_2 = 0 \quad (6.30)$$

и

$$rI + I_1R_1 = \mathcal{E} \quad (6.31)$$

Од (6.30) следува:

$$I_1R_1 = I_2R_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (6.32)$$

Од оваа равенка може да се донесе првиот важен заклучок: *кај два паралелно поврзани отпорника, јачините на струите се обратно пропорционални со нивните отпори.*

Ако во равенката (6.29) се примени Омовиот закон за дел од струјното коло, ќе следува:

$$\frac{V_{AB}}{R} = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ или,}$$

Реципрочната вредност на отпорот на целата паралелно врсана врска R е еднаква на збирот од реципрочните вредности на поединечните отпорници. Или, запишано општо:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad A = \sum_{i=1}^n A_i. \quad (6.33)$$

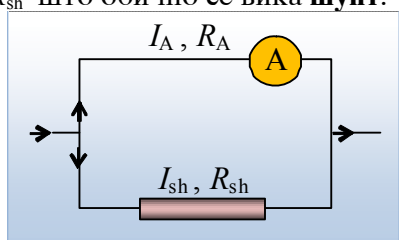
Делот на колото што се состои од повеќе паралелно врсани спроводници има електрисководливост A (искажана во реципрочни оми или сименси) која е еднаква на сумата на електрисководливостите на отделните паралелно поврзани спроводници A_i .

Равенката (6.31) може да ни послужи само за определување на внатрешниот отпор на изворот, ако е позната електромоторната сила, или обратно и не е од значење за паралелната врска на отпорниците.

Паралелното поврзување на спроводниците е искористено кај шунтот (или шантот) кој се употребува за менување на мерното подрачје кај мерните инструменти - амперметри. Имено амперметар е инструмент за мерење на јачината на струјата. Негов основен дел е галванометар, чиј основен принцип се базира на силата со која магнетно поле дејствува врз спроводен калем по кој тече струјата (за таа сила ќе зборуваме подоцна во овој курс). Сега ни е доволно да знаеме дека отклонот на стрелката е пропорционален со струјата која низ него

тече. Треба да се напомним дека со паралелно врзан отпорник - шунт е можно пошироко менување на мерното подрачје на овој уред.

Нека се бара да се измери јачина на струја на некој дел од струјно коло со еден амперметар кој е наменет за мерење на јачина на помали струи отколку онаа што се очекува да тече во делот што го мериме. Во тој случај паралелно со амперметарот (види сл. 6.6) се вклучува отпор R_{sh} што обично се вика **шунт**.



Сл. 6.6

Струјата тогаш се разгранува, па во согласност со релацијата (6.32) и нејзината примена на конкретниов случај, за јачината на струјата низ амперметарот ќе се добие:

$$I_A = \frac{R_{sh}}{R_A} I_{sh} \quad (6.34)$$

Овде I_A е јачината на струјата која тече низ инструментот-амперметарот, I_{sh} е јачината на струјата низ шунтот, а R_A е внатрешен отпор на амперметарот. За да се постигне поголемиот дел од струјата да тече низ шунтот, треба отпорот на шунтот да биде значително помал од внатрешниот отпор на амперметарот.

На пример, нека со помош на амперметар чија што скала е така градуирана што на крајниот поделок инструментот мери јачина од 1 А. Ако ваквиот инструмент сакаме да го употребиме за мерење на појаки струи, тоа нема да биде можно и тој би прегорел. Сепак, можно е



Универзалниот инструмент се вклучува во позиција -А (амперметар) во соодветното подрачје.

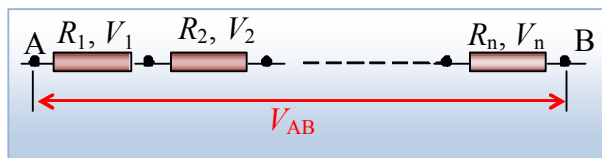
инструментот да мери и појаки струи доколку паралелно со него се донесе шунт со помал отпор од внатрешниот отпор на амперметарот. Така, ако има потреба со овој амперметар да мериме струи до 10 А, тогаш, паралелно со инструментот врзуваме

шунт со отпор : $R_{sh} = \frac{1}{9} R_A$, па со оглед на

(6.6) низ амперметарот ќе потече само 1/10 дел од струјата, додека останатите 9/10 од струјата ќе течат низ шунтот; ($I = I_A + I_{sh}$; $I_{sh} = 9I_A$). Значи, при максимално оптоварување низ амперметр би течела струја само од 1 А, а низ шунтот 9 А.

На овој принцип се избира подрачјето кај амперметарот: само се избира опцијата да се врзе соодветен шунт.

6.3.2. Сериско врзување на отпорници. Менување на мерно подрачје на волтметар



Сл. 6.7

При сериското врзување на n отпорници (сл. 6.7) се тргнува оттаму што низ нив тече иста струја, па важи:

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

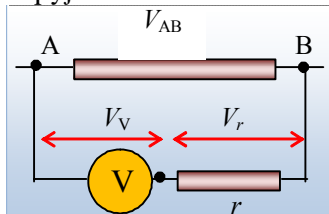
$$IR = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n$$

Оттука за еквивалентниот отпор на целата врска се добива:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad (6.35)$$

што е многу логичен резултат.

Сериското врзување на отпорниците овозможува да се менува подрачјето на мерење кај волтметрите. Како што веќе беше спомнато, волтметарот е инструмент за мерење напон помеѓу две точки од едно струјно коло. Тој претставува мерен уред со многу голем внатрешен отпор, па неговото поврзување нема многу да ја промени јачината на струјата во колото.



Сл. 6.8

Како е можно на краевите од отпорникот кој е врзан помеѓу точките A и B да се измерат поголеми напони со волтметар кој е инаку наменет за мерење на помали напони?

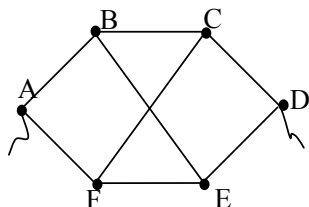
На пример, како е возможно со помош на инструмент кој мери 10 V на крајот на мерната скала, да се измерат напони до 100 V? Се постапува на следниов начин: во мерните точки A и B се врзува серија сочинета од дадениот волтметар и отпорник со отпор поголем од внатрешниот отпор на волтметарот (сл. 6.8). Бидејќи :

$$V_{AB} = V_V + V_r \quad ; \quad I_r = I_V \Rightarrow \frac{V_r}{r} = \frac{V_V}{r_V}.$$

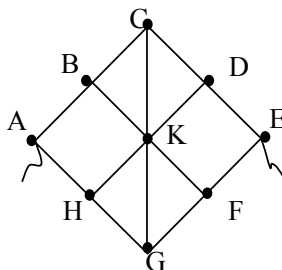
Ако $V_{AB}=100$ V, а $V_V=10$ V, значи дека треба дополнителниот отпор r да биде 9 пати поголем од внатрешниот отпор на волтметарот ($r=9 r_V$) за да на неговите краеве падне напонот од $V_r=90$ V.

Пример задача

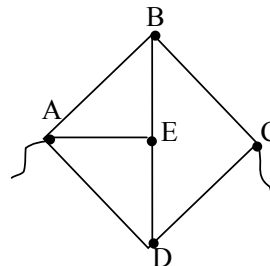
Да се определи еквивалентниот отпор на шемите нацртани на сликата 6.9, ако отпорот на секој спроводник меѓу два јазла изнесува $1\ \Omega$.



Сл. 6.9 а



Сл. 6.9 б



Сл. 6.9 в

Решение

Анализата на шемите покажува дека ниту една од гранките не содржи пар спроводници соединети меѓусебе паралелно или сериски. Меѓутоа кај сите шеми се забележува симетричност, а притоа точките на влезот и излезот лежат на оската на симетрија. Да ги анализираме сите поединечни шеми:

а) Во оваа шема точките B и F и C и E се симетрични во однос на оската AD. На тој начин се смета дека точката B е на ист потенцијал со точката F, а истото важи и за точките C и E. Затоа е можно тие точки да се спојат во еден јазол, и отпорот воопшто нема да се измени. Така, еквивалентна шема на таа од сликата 6.9 а преминува во сликата десно. Со примена на равенките за паралелно и сериско врзување се добива:



$$R_{AD} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{4} = 1.25\ \Omega.$$

б) Во оваа шема потенцијалите $\varphi_B = \varphi_H$ и $\varphi_D = \varphi_F$, но исто така $\varphi_C = \varphi_K = \varphi_G$. Последново равенство е исполнето, бидејќи точките C, K и G го делат патот на струјата меѓу точките A и E точно на половина, така што тие се сите на ист потенцијал:

$$\varphi_C = \varphi_K = \varphi_G = \frac{\varphi_A - \varphi_E}{2}.$$

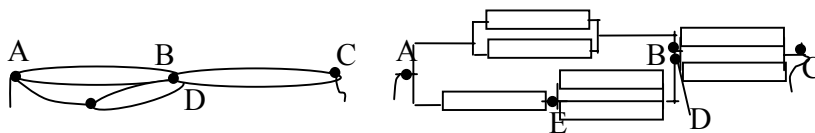
Поради оваа причина по должината C-K-G не тече струја, па сите овие точки можат да се соединат во една. Имајќи го ова предвид, се добива еквивалентна шема дадена на сликата лево. Тогаш:



$$R_{AE} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} + R_{DE} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} = 1.50\ \Omega.$$

в) Оваа шема се разликува од претходните две, бидејќи BED не ја дели на два еднакви дела. Точките B и E, како и D и E не се на ист потенцијал. Единствените две точки B и D кои се симетрични во однос на оската AC се на

ист потенцијал па нив може да ги ставиме во еден јазол. Така се добива еквивалентната шема дадена на сликата подолу.



Сега постепено ги групираме отпорите за да собиеме еквивалентен отпор. Така

$$\frac{1}{R_{AB}} = 1 + 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{8}{3} \Rightarrow R_{AB} = \frac{3}{8}$$

На крајот следува:

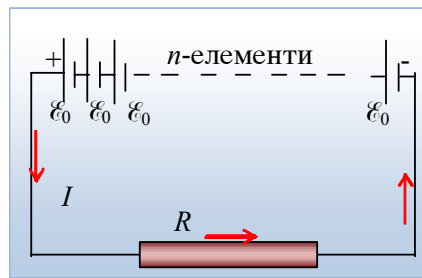
$$R_{AC} = R_{AB} + R_{BC} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8} = 0,875 \, \Omega$$

6.4. ВРЗУВАЊЕ НА ИЗВОРИ НА ЕМС

Ќе разгледаме сериско и паралелно врзување на извори на ЕМС. Ќе претпоставиме дека ЕМС на сите извори е иста и изнесува $\mathcal{E}_0$ и дека тие имаат еднаков внатрешен отпор R_0 . Значи, станува збор за поврзување на повеќе еднакви батерии (што во практиката е и најчест случај).

а) Сериска врска

Нека батеријата ја претставуваат n -сериски поврзани елементи. Батеријата е поврзана во надворешно коло со потрошувач со отпор R (слика 6.10). Треба да се определи јачината на струјата во надворешниот дел од струјното коло. Отпорот на спроводниците со кои се соединуваат меѓусебе изворите, се занемаруваат.



Сл. 6.10

Според II Кирхофово правило за оваа контура се добива:

$$InR_0 + IR = n \mathcal{E}_0, \quad (6.36)$$

па следува:

$$I = \frac{n \mathcal{E}_0}{R + nR_0} \quad (6.37)$$

Ако овој израз го споредиме со изразот :

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R + R_0}. \quad (6.38)$$

Последново претставува Омов закон за цело струјно коло кога имаме само еден извор на ЕМС, може да се заклучи дека: при сервиска врска на n еднакви извори во батерија, ЕМС на батеријата е n -пати поголема, но исто така и внатрешниот отпор на целосниот извор е n -пати поголем. Оттука е јасно дека сервиското поврзување на изворите е погодно во случај кога надворешниот отпор R е многу поголем во споредба со внатрешниот отпор на секој од елементите R_0 . Ако е $R \gg nR_0$ тогаш во именителот на релацијата 6.37 може nR_0 да се занемари, па јачината на струјата на n сервиски елементи е n пати појака, отколку кога би бил врзан само еден елемент:

$$I = \frac{n \mathcal{E}_0}{R} \quad (6.39)$$

Ако е надворешниот отпор помал од nR_0 , тогаш во релацијата 6.37 може да се занемари R , па за струјата се добива изразот:

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R_0} . \quad (6.40)$$

На овој начин целата батерија од n -елементи се однесува исто како да имаме само еден елемент.

б) паралелна врска

Претпоставуваме дека имаме паралелно поврзани n еднакви елементи, со иста електромоторна сила и со еднаков внатрешен отпор (слика 6.11). Таквата претпоставка е нужна за да се избегнат парцијални струи.

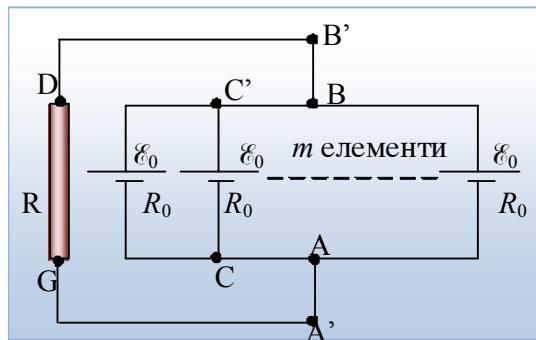
Како што може да се види од сликата, во точката А доаѓа до гранање на m еднакви делови. Затоа може да се примени II Кирхофово правило, па така во контурата може да биде вклучен еден од тие делови. Во секој дел меѓу точките А и В тече струја која е m пати послаба од струјата во неразгранатиот дел (I/m)

Ако го примениме правилото за контурата ACC'BB'DGA'A:

$$\frac{I}{m} R_0 + IR = \mathcal{E}_0 , \quad (6.40)$$

за струјата се добива

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R + \frac{R_0}{m}} \quad (6.41)$$



Сл. 6. 11

Јасно е дека при паралелно поврзување на m еднакви елементи во батерија, ЕМС не се менува туку само се намалува внатрешниот отпор на изворот и тоа m пати.

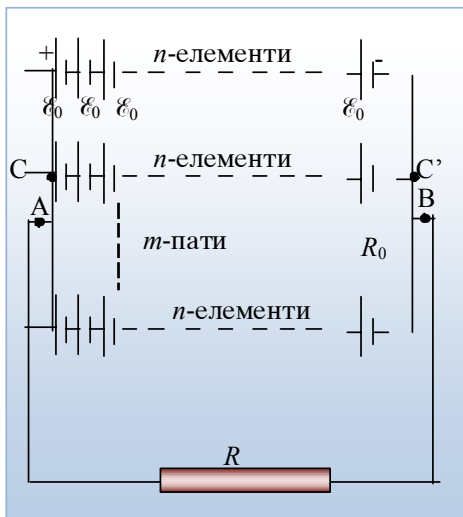
Овој вид поврзување е погоден за случај на мал надворешен отпор. Кога $R \ll R_0/m$ за јачината на струјата се добива

$$I = m \frac{\mathcal{E}_0}{R_0} . \quad (6.42)$$

Значи, во тој случај струјата се зголемува m пати. Додека, ако $R \gg R_0$, согласно (6.41) при паралелно поврзување на изворите не се зголемува јачината на струјата.

Пример задача

Определете ја ЕМС и внатрешниот отпор на батерија составена од исти извори со ЕМС $\mathcal{E}_0$ со внатрешен отпор R_0 , врзани како на сликата 6.12.



Сл.6.12. Комбинирано врзување.

Станува збор за т.н. комбинирано врзување на извори. Притоа вкупната батерија се состои од m паралелно поврзани батерии од по n сериски елементи.

Ќе го примениме Второто Кирхофово правило на која и да било контура ACC'BRA. Бидејќи имаме m еднакви гранки, во секоја од нив ќе тече струја I/m , па ќе биде:

$$\frac{I}{m} nR_0 + IR = n \mathcal{E}_0 ;$$

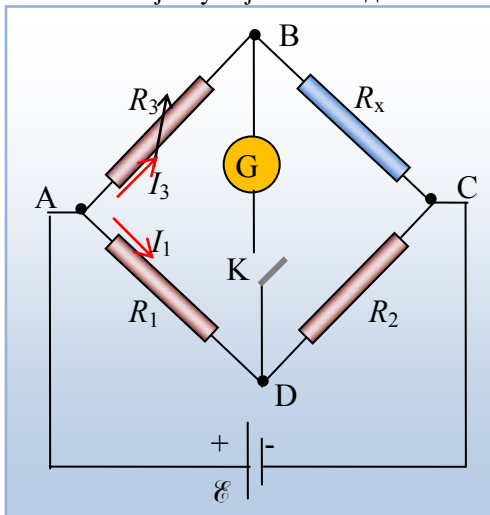
$$I = \frac{n \mathcal{E}_0}{R + \frac{n}{m} R_0}$$

Оттука јасно се гледа дека електромоторната сила на целата врска е $\mathcal{E} = n \mathcal{E}_0$, а внатрешниот отпор на вака добиениот извор е $r = \frac{nR_0}{m}$.

6.5. ВИТСТОНОВ МОСТ

Витстоновиот мост е најраспространетата шема од таканаречените мостовни шеми, користени за точно мерење на отпори. Отпорите R_1 , R_2 и R_3 на трите рамена на мостот се познати со голема точност. Отпорникот R_3 е обично променлив отпорник па неговата вредност обично се чита на скала. Мерениот отпор R_x е четвртото рамо на мостот. По вклучување на батеријата, низ секој од отпорите тече струја.

Мерењето на непознатиот отпор го правиме така што го менуваме променливиот отпор R_3 сè додека точките В и D не дојдат на ист потенцијал. Кога ќе се случи изедначувањето, тогаш при вклучување на галванометарот G со краткотрајно преклопување на неговиот прекинувач K неговата стрелка не се придвижува, низ него струја не тече. Во тој случај велиме дека мостот е урамнотежен.



Сл. 6.13

Тогаш е постигнато: $V_{AB} = V_{AD}$ или:

$$I_3 R_3 = I_1 R_1 \quad (6.43)$$

Тогаш струјата I_1 тече низ отпорниците R_1 и R_2 , а струјата I_3 тече низ R_3 и R_x . Падот на напонот на отпорникот R_2 е еднаков на падот на напонот на отпорникот R_x :

$$I_3 R_x = I_1 R_2 \quad (6.44)$$

Ако последниве две равенки се поделат една со друга се добива:

$$\frac{I_3 R_3}{I_3 R_x} = \frac{I_1 R_1}{I_1 R_2} \Rightarrow$$

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3 \quad (6.45)$$

Според формулата (6.45) лесно може да се пресмета непознатиот отпор R_x ако се познати отпорите на другите гранки (рамена) на мостот. Обично се користи галванометар со висока осетливост. При дотерувањето на отпорникот R_3 прекинувачот се вклучува многу кратко време, за да се провери дали низ галванометарот тече струја.

Витстоновиот мост се користи кога треба да се мери отпор со многу висока точност, како што е случајот, на пример, кај отпорните термометри.

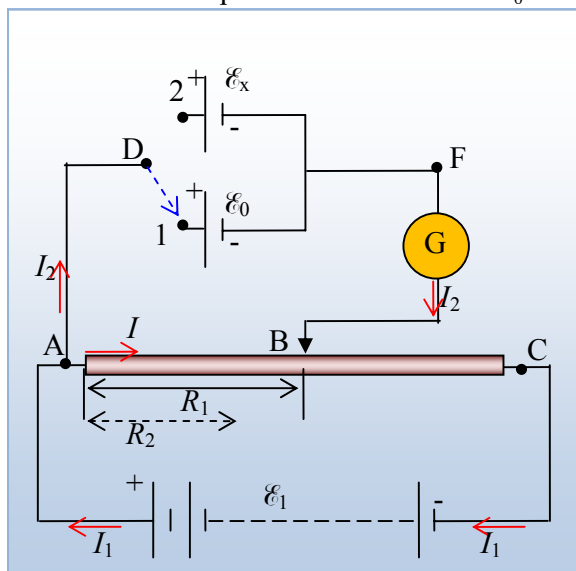
Треба да напомниме дека често наместо отпорниците R_1 и R_2 во шемата помеѓу A и C е поврзана добро оптегната хомогена жица со константен пресек A и строго определен отпор на секој милиметар должина. Точката D е лизгач кој лесно се движи по должината на таа AC - жица, обезбедувајќи го контактот. Така, со движење на овој лизгач се менува односот помеѓу отпорите R_2 и R_1 кој во овој случај се сведува на однос помеѓу должините на жицата AC:

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3 = \frac{\rho \frac{l_2}{A}}{\rho \frac{l_1}{A}} R_3 \quad ; \quad R_x = \frac{l_2}{l_1} R_3 \quad (6.46)$$

Точноста за определување на отпорот е толку поголема колку што е односот помеѓу должините l_1/l_2 поблизок до 1. Затоа, со менувањето на отпорот R_3 урамнотежувањето на мостот секогаш се прави така што лизгачкиот контакт D да биде некаде околу средината на жицата AC.

6.6. Компензационен метод за мерење на електромоторна сила на извор на ЕМС

На сликата 6.14 дадена е шема на еден важен метод за мерење (поточно, споредување) на ЕМС на два извора. Мерењето на ЕМС се сведува на споредување на неговата електромоторна сила со “нормален извор”-извор со позната електромоторна сила со голема точност. ЕМС на познатиот извор ќе го бележиме со $\mathcal{E}_0$.



Сл. 6.14

Нужен услов за да може да се употреби дадената шема е ЕМС на изворот напојувач $\mathcal{E}_1$ да е со поголема електромоторна сила од $\mathcal{E}_0$ и $\mathcal{E}_x$.

Изворите $\mathcal{E}_0$ и $\mathcal{E}_x$ се вклучуваат во колото потенциометарски со отпорникот AC, честопати жица од Витстонов мост.

Прво се вклучува контактот 1, а со лизгачот B се подесува низ галванометарот G да не тече струја. Тогаш, всушност, $I_2 = 0$. Се забележува вредноста на отпорот R_1 на потенциометарот, односно мостот.

Потоа контактот D се поврзува со точката 2, а постапката се повторува: се бара положбата на лизгачот B да биде таква, за струјата низ галванометарот да се анулира. Тоа ќе определи нова положба на лизгачот на која одговара отпорот R_2 .

Се покажува дека односот на електромоторните сили е пропорционален на соодветните отпори:

$$\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_0} = \frac{R_2}{R_1} \quad (6.47)$$

За да ја објасниме оваа релација ќе се послужиме со Кирхофовите правила. Нека е вклучен контактот 1. Тогаш во јазолот А доаѓа до гранење на струјата, па следува дека:

$$I_1 - I - I_2 = 0 \quad (6.48)$$

Ќе го означиме делот на отпорот на делот AD $\mathcal{E}_0$ FB со R_0 , а АВ со R_1 . Второто Кирхофово правило применето на затворената контура AD $\mathcal{E}_0$ FBA ќе даде: $R_0 I_2 - R_1 I = -\mathcal{E}_0$, а кога низ галванометарот не тече струја $I_2=0$, па се добива:

$$R_1 I = \mathcal{E}_0. \quad (6.49)$$

По вклучувањето на контактот 2, на сосема аналоган начин се добива:

$$R_2 I = \mathcal{E}_x. \quad (6.50)$$

Со делење на равенката (6.50) со равенката (6.49) се добива изразот (6.47) од кој, преку позната електромоторна сила $\mathcal{E}_0$ и измерените вредности за отпорите R_1 и R_2 може да се определи електромоторната сила $\mathcal{E}_x$.

6.7. Моќност во надворешно струјно коло и коефициент на полезно дејство на извор на ЕМС

Прашањето поврзано со користење на енергијата на изворот на ЕМС, зависно од односот меѓу отпорот во надворешниот дел од колото и внатрешниот отпор на изворот е од големо значење за практиката.

Претпоставуваме извор на ЕМС вклучен во струјно коло со надворешен отпор R . Внатрешен отпор на изворот е r . Во надворешниот дел од колото ќе се одделува моќност P_a која е еднаква на:

$$P_a = V \cdot I = RI^2 = R \frac{\mathcal{E}^2}{(R+r)^2} = \quad (6.51)$$

Се прашуваме, каков треба да биде отпорот R за во надворешниот дел од колото да се издвојува максимална моќност $P_{a(\max)}$? Значи, да претпоставиме дека отпорот R може да се менува и го бараме максимумот на функцијата $P_a = f(R)$, која беше дадена со релацијата (6.51). Максимумот ќе го добиеме кога првиот извод од оваа функција ќе го прирамниме на нула:

$$\frac{dP_a}{dR} = \mathcal{E}^2 \frac{r-R}{(r+R)^3} = 0$$

Имајќи предвид дека R и r се секогаш позитивни, се добива дека:

$$R_m = r \quad (6.52)$$

Моќноста што се одделува во надворешното коло има максимална вредност тогаш кога е отпорот во надворешниот дел од колото еднаков на внатрешниот отпор на изворот на ЕМС. Притоа струјата ја има вредноста:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2r} . \quad (6.53)$$

Струјата е еднаква на половината од струјата при краток спој. Следува дека најголемата вредност на моќноста е :

$$P_{\text{amax}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \quad (6.54)$$

Во практиката на користењето на изворот на ЕМС важна е не само моќноста туку и **коэффициентот на полезното дејство (КПД)**.

Имено, кога струјата тече низ надворешното коло, таа тече и во внатрешноста на изворот па некоја енергија бесполезно се одделува и се губи во вид на топлина. Моќноста P_v што одговара на оваа енергија изнесува:

$$P_v = rI^2 \quad (6.55)$$

Вкупната моќност на изворот е:

$$P = RI^2 + rI^2 = \mathcal{E} I \quad (6.56)$$

Коефициент на полезно дејство на еден извор (η) се дефинира како однос помеѓу моќноста што се одделува во надворешниот дел од колото и вкупната моќност, значи:

$$\eta = \frac{P_a}{P} = \frac{V \cdot I}{\mathcal{E} \cdot I} = \frac{V}{\mathcal{E}} . \quad (6.57)$$

КПД е секогаш број помал од единица, бидејќи секогаш е $V \leq \mathcal{E}$.

Ќе анализираме поподробно како зависат моќноста во надворешниот дел од колото P_a и КПД (η) од јачината на струјата. Изразот за P_a може да се претстави и како:

$$P_a = P - P_v = \mathcal{E} \cdot I - rI^2 . \quad (6.58)$$

Веднаш се гледа дека функцијата $P_a = f(I)$ е парабола која има вредности еднакви на нула, ако:

$$I(\mathcal{E} - rI) = 0 , \quad (6.59)$$

па решенијата на оваа равенка се

$$I_1=0 \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r} \quad (6.60)$$

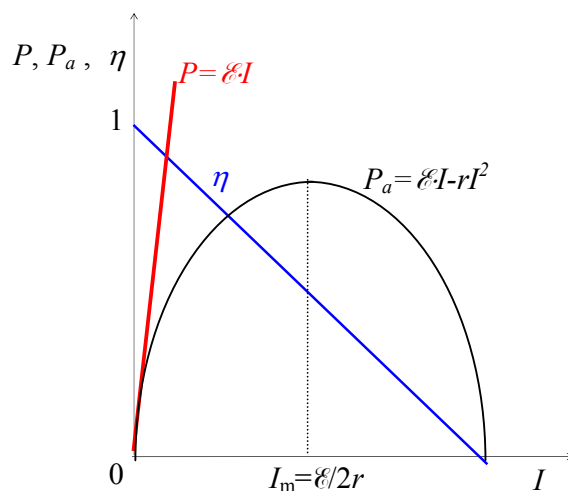
Првата вредност одговара на случајот кога струјата не тече, тоа значи отворено електрично коло ($R \gg r$), а вториот одговара на краток спој ($R \ll r$).

Зависноста, пак, на коефициентот на полезно дејство од јачината на струјата се изразува со следнава релација:

$$\eta = \frac{P_a}{P} = \frac{\mathcal{E} I - rI^2}{\mathcal{E} I} = 1 - \frac{r}{\mathcal{E}} I. \quad (6.61)$$

Се гледа дека $\eta=1$, ако колото е отворено при што $I=0$, а потоа се намалува по линерна функција. Коефициентот на полезно дејство станува нула при краток спој ($\mathcal{E} = rI$).

Графичките зависимости на P , P_a и η од јачината на струјата I се дадени на сликата 6.15.



Сл. 6.15

Од сликата се гледа дека постигнување на најголема моќност P_a и најголема вредност на КПД η не е можна. Кога P_a има максимална вредност $I = \frac{\mathcal{E}}{2r}$, а $\eta = \frac{1}{2} = 50\%$. Кога, пак, $\eta \approx 1$, P_a е мала во споредба со максималната вредност $P_{a(\max)}$.

Во силните електрични постројки важно е да се добие голем коефициент на полезно дејство, затоа е нужно:

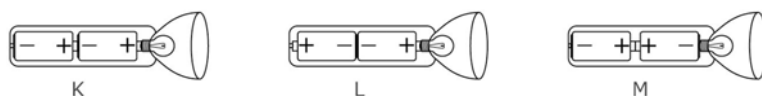
$$\frac{rI}{\mathcal{E}} = \frac{rI}{(r+R)I} = \frac{r}{r+R} \ll 1 \quad (6.62)$$

т.е. внатрешен отпор на изворот r да е мал во споредба со работниот отпор R . Тогаш и внатрешната моќност е P_v мала во споредба со надворешната P_a .

При краток спој, $P_a=0$ па целата моќност се одделува во внатрешноста на изворот, што доведува до негово прегревање. Тоа е штетно и се настојува да се одбегнува.

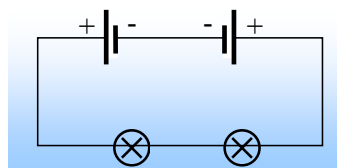
ПРАШАЊА И ПРОБЛЕМИ

1. Заокружи на кој/кои од трите начини вклучената рачната ламба ќе може да свети (слика 6.16)?

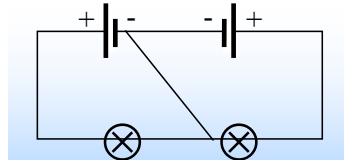


Сл.6.16

2. Во дадено струјно коло се поврзани два исти извора на електромоторна сила на начин како на сликава и две исти светилки. Светилките не светат? Зошто? Објаснете го одговорот.



Сл. 6.17

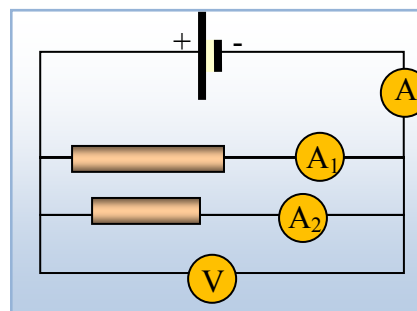


Сл.6.18

3. Што ќе биде со светилките од сликата 6.17 ако поврземе жица како на сликата 6.18? Објаснете.

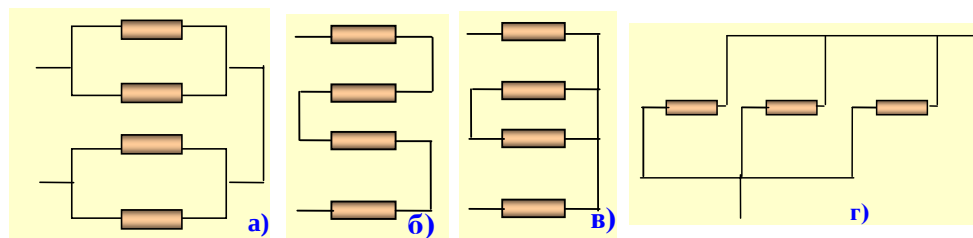
4. Во колото дадено на сликата 6.19 се врзани се два отпорника на начин прикажан на сликата.

Се знае дека горниот отпорник е со два пати поголем отпор од долниот, кој амперметар ќе покажува поголема струја и колку пати неговиот отклон е поголем од другиот. Ако волтметарот покажува 24 V, а амперметарот A струја од 3 A колкава струја покажуваат двата амперметра во гранките?



Сл.6.19

5. Колкав е заедничкиот отпор на врската дадена на сликата 6.20 (а, б, в и г) ако секој од отпониците има отпор од 1 Ω ? Пресметајте и образложете го резултатот.



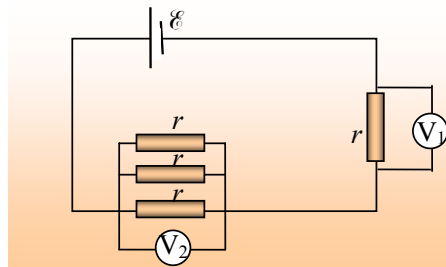
Сл. 6.20 (а,б,в,г)

5. Кој од волтметрите од слика 6.21 покажува поголем отклон и зошто?

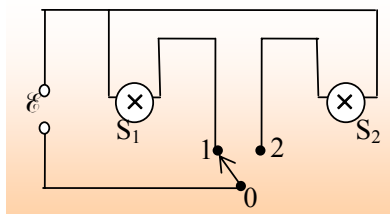
6. Што треба да се направи за да се намали чувствителноста на амперметарот?

7. Нацртајте шема на такво врзување така што при вклучување на цветилка во една соба истовремено се исклучува шема на светилка во соседната соба.

Одговор : Види слика 6.22.



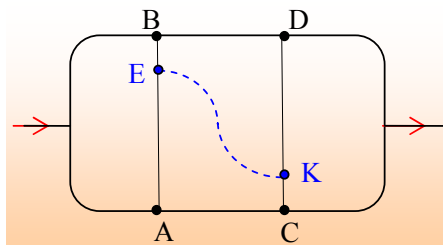
Сл.6.21



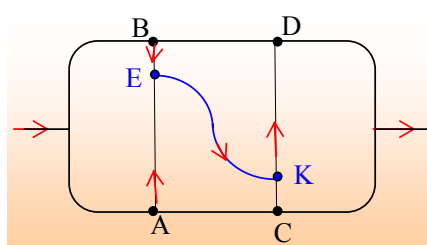
Сл.6.22

8. Во разгранато струјно коло (слика 6.23) се вклучени два спроводника АВ и CD . Положбата на точките А,В,С и D се такви што низ овие два спроводника нека да течат струи. Потоа тие два спроводника се поврзуваат со спроводник ЕК. ќе протече ли струја тогаш низ спроводниците АВ и CD? Какви ќе станат потенцијалите во точките А, В, С и D? Какви се потенцијалите во точките

Е и К?



Сл. 6.23



Сл.6.23а

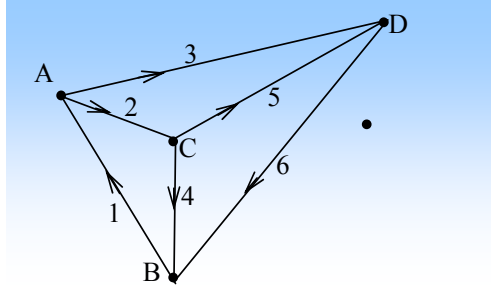
Одговор:

Струја ќе се појави бидејќи спроводниците АВ и CD ќе бидат на различен потенцијал. Насоките на сите струи кои ќе се јават се дадени на сликата 6.23а. Потенцијалите на точките А,В С и D ќе се променат. Разлика на потенцијалот помеѓу точките А и С а исто така и меѓу В и D ќе се намалат. Потенцијалот на точката Е ќе биде понизок од потенцијалот во В и А, додека потенцијалот во точката К ќе биде повисок од потенцијалот во D и C.

Пример задачи

9. Да се постават равенките за I Кирховово правило за јазлите на електричната мрежа од сликата 6.24 и да се покаже дека од четирите равенки само три се независни.

Решение:



Сл. 6.24

За јазолот А:

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

За јазолот В:

$$-I_6 - I_4 + I_1 = 0$$

За јазолот С:

$$-I_2 + I_5 + I_4 = 0$$

За јазолот D:

$$-I_3 - I_5 + I_6 = 0$$

Добивме 4 равенки, но ако првите три ги собереме ќе добиеме:

$$-I_1 + I_2 + I_3 - I_6 - I_4 + I_1 - I_2 + I_5 + I_4 = 0 \text{ односно:}$$

$$I_3 - I_6 + I_5 = 0$$

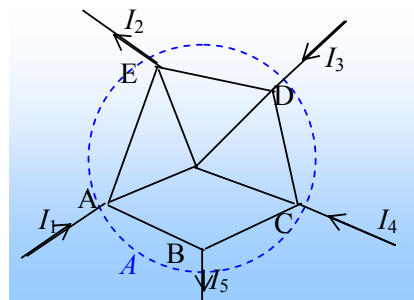
Оваа равенка е еквивалентна со четвртата равенка .

10. Повеќе спроводници се поврзани на сложен начин како на сликата 6.25. Може ли да се напишат равенките за овие струи I_1, I_2, I_3, I_4 и I_5 според I Кирхофово правило ?

Решение:

Ако околу сите јазли замислиме затворена површина А која ги опфаќа сит сложен спој на спроводниците, тогаш имајќи го предвид I Кирхофово правило во најопшта форма и овде ќе важи:

$$-I_1 + I_2 - I_3 - I_4 + I_5 = 0$$



Сл.6.25

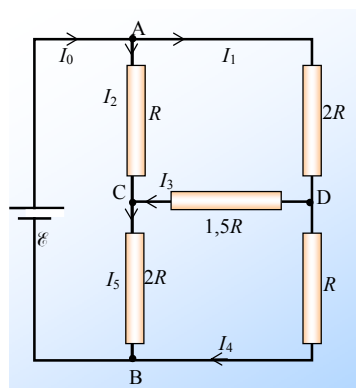
и покрај тоа што спроводниците не се наоѓаат во еден јазол.

11. Да се определи отпорот на шемата дадена на сликата 6.26.

Решение:

Во оваа шема нема чисто паралелно или сериски поврзани отпори, а нема ниту точки со еднаков потенцијал, бидејќи шемата не е симетрична. Затоа, овде се користи поопшт приод кон решавање на задачата.

Претпоставуваме дека во одделните гранки



Сл.6.26

течат струи со насоки како на сликата 6.26.

За јазол А:

$$I_0 - I_1 - I_2 = 0 \quad (1)$$

за В:

$$-I_0 + I_4 + I_5 = 0 \quad (2)$$

за С:

$$I_2 + I_3 - I_5 = 0 \quad (3)$$

за D:

$$I_4 - I_3 - I_4 = 0 \quad (4)$$

Од овие 4 равенки доволни ни се само три, бидејќи равенките не се независни. Втора група на равенки се добива со користење на фактот дека работата на силата на електростатичкото поле при пресметтување на полнежот не зависи од формата на патната линија. Па ако со R_{vk} го означиме вкупниот отпор за одделните гранки ќе биде:

За ACB:

$$I_0 R_{vk} = I_2 R + I_5 2R \quad (5)$$

за ADB:

$$I_0 R_{vk} = I_1 2R + I_4 R \quad (6)$$

за ADCB:

$$I_0 R_{vk} = I_1 \cdot 2R + I_3 \cdot 1,5R + I_5 \cdot 2R \quad (7)$$

за ACDB:

$$I_0 R_{vk} = I_2 \cdot R - I_3 \cdot 1,5R + I_4 \cdot R \quad (8)$$

Во овие равенки се непознати $I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, R_{vk}$. Со решавање на овие равенки за вкупниот отпор се добива:

$$R_{vk} = 1,4 R.$$

11. Ако кон амперметар кој максимално може да се оптовари со јачина на струја $I_A = 2 \text{ A}$ се присоедини шунт со отпор $r_{sh} = 0,5 \Omega$, тогаш вредноста на една поделка на скалите на амперметарот пораснува 10 пати.

Определете го отпорот на додатниот отпорник кој е неопходно да му се додаде на истиот инструмент, за тој да може да се употреби како волтметар за мерење на напон до 220 V.

Решение:

Да го определиме прво внатрешниот отпор на амперметарот. За таа цел ќе се послужиме со равенката (6.34)

$$I_A = \frac{R_{sh}}{R_A} I_{sh} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_A}{I_{sh}} = \frac{R_{sh}}{R_A}$$

а бидејќи :

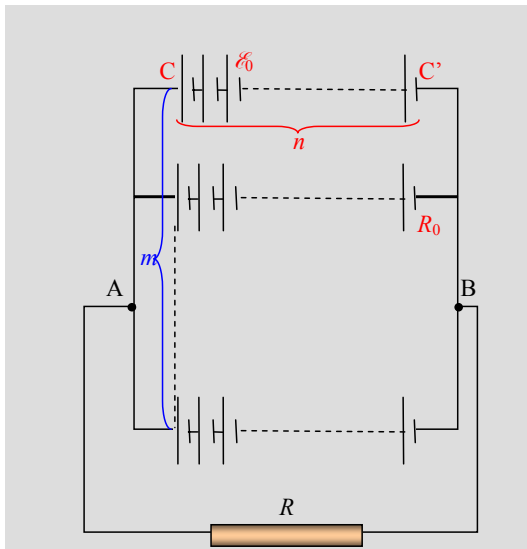
$$I_A + I_{sh} = 10 \cdot I_A$$

$$\frac{I_A}{9I_A} = \frac{R_{sh}}{R_A} \Rightarrow R_A = 9R_{sh} = 4,5 \Omega$$

за да се искористи инструментот како волтметар ктo ќе мери напон до 220 V, треба да му се приклучи додатен отпор R_d , така ктo вкупниот пад на напон низ амперметарот и додатниот отпорник да изнесува 220 V. Притоа низ амперметарот ќе тече максимална струја од 2 A. Па може да запишеме:

$$V = I_A (R_A + R_d) \Rightarrow R_d = \frac{V}{I_A} - R_A = \frac{220}{2} - 4,5 = 105,50 \Omega$$

12. Определете ја електромоторната сила и внатрешниот отпор на батеријата од исти извори со ЕМС $\mathcal{E}_0$ и внатрешен отпор R_0 поврзани како на сликата 6.27.



Сл.6.27

Решение:

Станува збор за т.н. мешано врзување на извори при што батеријата се состои од m паралелно споеди батерии од кои секоја содржи n сериски еднакви извори.

Да го напишеме II Кирхофово правило за која и да било контура ACC'BRA: Бидејќи имаме m еднакви гранки во секоја од гранките ќе тече струја I/m , па ќе биде:

$$\frac{I}{m} n R_0 + I R = n \mathcal{E}_0$$

или:

$$I = \frac{n \mathcal{E}_0}{R + \frac{n}{m} R_0},$$

од каде е јасно дека $\mathcal{E} = n \mathcal{E}_0$, а внатрешниот отпор $r = \frac{n}{m} R_0$.

13. Колку еднакви акумулатори со електромоторна сила $\mathcal{E} = 2$ V и внатрешен отпор $r = 0,2 \Omega$ треба да се соединат во батерија, за да во надворешното коло се добие струја $I = 5$ A, при разлика на потенцијалот на половите од $V = 110$ V.

Решение:

Батерија од n сериски сврзани акумулатори има електромоторна сила $n\mathcal{E}$ и внатрешен отпор nr . Пад на напонот поради совладување на внатрешниот отпор е Inr . Согласно Омовиот закон за цело струјно коло ќе биде:

$$n\mathcal{E} - V = Inr$$

а од тука за бројот на акумулаторите се добива:

$$n = \frac{V}{\mathcal{E} - Ir} = 110 \text{ V.}$$

14. Струјно коло со отпор $R=0,3 \text{ } \Omega$ се напојува со 6 акумулатори. Секој од нив има ЕМС од 2 V и внатрешен отпор $r=0,2 \text{ } \Omega$. Акумулаторите се споеди во одделни групи сериски а во одделни групи паралелно меѓу себе. На каков начин треба да бидат споени акумулаторите во тие групи за да се добие најголема јачина на струја во колото. Колкава ќе биде таа струја?

Решение:

Ако во групата сериски се споени n акумулатори, тогаш нивната ЕМС е $n\mathcal{E}$, а внатрешниот отпор е nr . Ако k е вкупниот број акумулатори, тогаш во батеријата има k/n групи, а за внатрешниот отпор на батеријата ќе важи:

$$\frac{nr}{\frac{k}{n}} = \frac{n^2}{k} r$$

Со оглед на заклучоците 6.52 и 6.53, бројот на сериски врзаните акумулатори :

$$\frac{n^2}{k} r = R \quad \text{па} \quad n = \sqrt{\frac{kR}{r}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 0,3}{0,2}} = 3, \text{ а} \quad I = \frac{\mathcal{E}}{2r} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 0,3} = \frac{6}{0,6} = 10 \text{ A.}$$